



С. С. Минаева

Алгебра

Устные упражнения



8

С. С. Минаева

Алгебра

Устные упражнения

8 класс

**Учебное пособие
для общеобразовательных
организаций**

Москва
«Просвещение»
2018

Минаева С. С.

М61 Алгебра. Устные упражнения. 8 класс: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / С. С. Минаева. — М.: Просвещение, 2018. — 78 с.: ил. — ISBN 978-5-09-051476-7.

Учебное пособие содержит устные упражнения по курсу алгебры 8 класса, преподавание которого ведётся по учебнику Г. В. Дорофеева и др. Пособие предназначено для работы на уроке при изучении нового материала (упражнения по теме) и при закреплении пройденного материала (упражнения для повторения).

УДК 373:512
ББК 22.14я72

ISBN 978-5-09-051476-7

© Издательство «Просвещение», 2018
© Художественное оформление,
Издательство «Просвещение», 2018
Все права защищены

КАК РАБОТАТЬ С КНИГОЙ

*В сердце каждой трудности
кроется возможность.*

Альберт Эйнштейн

Советы учащимся

Всем вам в большей или меньшей степени приходится упражняться в устных математических действиях. При этом одни упражнения доставляют радость и удовольствие, даются легко. А другие вызывают напряжение, а иногда и страх. Порой даже заставляют сомневаться в собственных силах.

Книга, которую вы держите в руках, попала к вам не случайно. Очевидно, что пришла пора получить математические знания и отработать сопутствующие навыки, выполняя упражнения, представленные в ней.

Хотите ли вы научиться:

- быстро реагировать в разных математических ситуациях,
- распознавать условия применения формальных правил,
- преодолевать вычислительные трудности?

Если ваш ответ «Да!», то эта книга для вас! В ней представлена система устных упражнений, помогающая в овладении математическими умениями. Поэтому важно, чтобы вы работали с книгой так, как удобно именно вам, с учётом ваших условий, индивидуальных потребностей и выбираемого стиля обучения. Некоторые из вас предпочтут «пробежаться» по книге, останавливаясь только на наиболее интересных упражнениях. Это быстрый и лёгкий способ для тех, кто уже владеет базой знаний и хочет заполнить обнаруженные пробелы в своём мастерстве выполнять в уме математические операции. Другие сочтут полезным прорабатывать основательно каждый раздел, шаг за шагом расширяя свои знания и совершенствуя навыки. Такой темп настоятельно рекомендуется тем, кто хочет добиться больших успехов в своём умении решать устно математические задачи и готов выполнять необходимую для этого каждодневную работу.

Особенность книги заключается в простоте её практического применения. Здесь вы встретитесь с самыми разнообразными заданиями по курсу алгебры 8 класса, доступными для рассуждения в уме. Выполняя устно даже не все упражнения, вы сможете в разы повысить свою собственную эффективность в овладении базовыми математическими умениями. От вас требуется лишь поверить в свои силы!

Удачи на пути к успеху!

Традиционное внимание к устным упражнениям объясняется не только их влиянием на результативность математической подготовки учащихся в целом. У подростков они также развивают:

- способность воспринимать информацию на слух, анализировать и быстро реагировать;
- возможность переходить в процессе обсуждения от одного вида мышления к другому;
- навык быстро выделять из известных правил, свойств, формул те, которые следует применить для решения задачи;
- критическое мышление, направленное на оценку себя и своих возможностей.

Пособие структурировано в соответствии с содержанием учебника «Алгебра. 8 класс» (авторы Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.) по главам:

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 1. Алгебраические дроби. | 4. Системы уравнений. |
| 2. Квадратные корни. | 5. Функции. |
| 3. Квадратные уравнения. | 6. Вероятность и статистика. |

К каждой главе в соответствии с пунктом учебного текста предлагаются две группы устных упражнений. Первая группа упражнений (**упражнения по теме**) направлена на проверку усвоения материала: использование обозначений, понятий, правил, приёмов рассуждений. Упражнения второй группы (**упражнения для повторения**) обращены к воспроизведению знаний и умений, важных для дальнейшего изучения математики, для подготовки к усвоению следующей темы. В конце пособия приводятся упражнения для повторения курса алгебры 8 класса.

Время, отводимое для устных упражнений во фронтальной работе, можно выделить как в начале урока, что послужит хорошей разминкой для ребят, настроит их на работу в классе, так и во время всего урока, выборочно включая упражнения в изучение темы. Вы можете по своему усмотрению выбирать упражнения, наиболее соответствующие определённому этапу изучения темы.

Помня о том, что опорой для устных рассуждений служит любое наглядное представление упражнения, желательно заранее подготовить для обозрения на уроке запись числового или буквенного выражения, рисунок, краткое условие задачи, график, диаграмму и пр.

Имеет смысл проводить целенаправленную работу с каждым учащимся: убедиться в его способности производить в уме действия с числовыми данными и простейшие преобразования алгебраических выражений; удостовериться в его умении рассуждать при рассмотрении несложных практических ситуаций, допускающих математическое решение, а также анализировать табличную и графическую информацию. При таком подходе, если потребуется, легко осуществить необходимую коррекцию в математической подготовке ученика.

Глава 1. Алгебраические дроби

1.1. Что такое алгебраическая дробь

Упражнения по теме

1. 1) Найдите частное двух целых чисел:

а) $17 : 7$; б) $6 : 15$; в) $4 : (-10)$; г) $-24 : 8$.

2) Приведите пример деления целых чисел, когда:

а) в частном получается целое число;

б) в частном получается дробь.

2. Докажите, что $(a - 1)^2$ делится на $a - 1$ и не делится на $a + 1$.

3. Найдите значение алгебраической дроби при $x = 1$, $y = -5$:

а) $\frac{x-y}{x+y}$; б) $\frac{xy}{y-x}$; в) $\frac{x}{y^2}$; г) $x^3 - y^3$.

4. На примере алгебраической дроби $\frac{a}{a^2-1}$ объясните, какие числа нельзя подставлять вместо буквы в алгебраическую дробь.

5. Какие из чисел: -5 ; -1 ; 0 ; 1 ; 5 — входят в множество допустимых значений дроби $\frac{10c}{c-5}$?

6. Укажите допустимые значения переменной для дроби:

а) $\frac{a-7}{a^2}$; б) $\frac{c}{5c-2}$; в) $\frac{n-1}{2}$; г) $\frac{x^2+4}{x+2}$.

7. Назовите какое-нибудь натуральное число, при котором значение выражения $\frac{n+5}{2n-1}$ является правильной дробью.

Упражнения для повторения

1. Приведите дробь $\frac{11}{15}$ к знаменателю 60 и сформулируйте свойство, которым вы пользовались. Примените это свойство к сокращению дроби $\frac{36}{84}$.

2. Вычислите значение выражения:

а) $\frac{4}{0,8}$; б) $\frac{0,6}{0,4}$; в) $\frac{0,7 \cdot 0,5}{0,15}$; г) $\frac{1,3 + 1,7}{0,5}$.

Образец. Рассуждаем так: $\frac{5}{0,2} = \frac{50}{2} = 25$; $\frac{0,06}{0,15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$.

3. Сравните числа:

- а) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; в) $\frac{20}{90}$ и $\frac{1}{3}$; д) $\frac{2}{7}$ и $\frac{2}{11}$;
б) $\frac{17}{40}$ и $\frac{1}{2}$; г) $\frac{13}{40}$ и $\frac{2}{5}$; е) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{13}$.

4. Ученик ошибся при выполнении вычисления значения данного выражения: $\frac{1 - 0,79}{2,1 - 1,9} = \frac{0,21}{0,2} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20} = 1,5$.

На применение какого умения следует обратить его внимание?

- 1) вычитание десятичных дробей
- 2) применение основного свойства дроби
- 3) деление десятичных дробей
- 4) представление обыкновенной дроби в виде десятичной

5. Найдите неверные утверждения и опровергните их с помощью контрпримера.

- 1) если a и b — числа отрицательные, то их сумма тоже отрицательна
- 2) если сумма чисел a и b положительна, то и сами слагаемые — числа положительные
- 3) если числа a и b имеют разные знаки, то их произведение — число отрицательное
- 4) если произведение чисел a и b положительно, то и сами множители — числа положительные

1.2. Основное свойство дроби

Упражнения по теме

1. Какие преобразования можно выполнять на основе основного свойства алгебраической дроби?

- 1) приведите дробь $\frac{c}{a - c}$ к знаменателю $4(a - c)^2$
- 2) сократите дробь $\frac{x^2 - y^2}{3x - 3y}$

2. Назовите какую-нибудь алгебраическую дробь, которая сокращалась бы на:

- а) x ; б) $x + 1$; в) $-2x$; г) xy .

3. Сократите дробь:

- а) $\frac{xy^2}{5xy}$; б) $\frac{a^2c - ac}{a^2c + ac}$; в) $\frac{2x + 2y}{6(x^2 - y^2)}$.

4. Подберите одночлен A так, чтобы равенство было верным:

- а) $\frac{A}{5a} = \frac{b}{a}$; б) $\frac{xy}{A} = \frac{1}{3x}$; в) $\frac{A}{x + y} = -xy^2$; г) $\frac{a^2b^3}{A} = \frac{b}{a^2}$.

5. Какие из данных выражений равны дроби $\frac{a}{5b}$?

1) $\frac{-a}{-5b}$ 2) $-\frac{-a}{5b}$ 3) $-\frac{-a}{-5b}$ 4) $\frac{-a}{5b}$ 5) $-\frac{a}{-5b}$

6. Замените выражение $-\frac{x-z}{y-z}$ тождественно равными ему так, чтобы перед дробью не было знака «минус».

Упражнения для повторения

1. Выполните действия с дробями:

а) $\frac{3}{16} + \frac{5}{16}$; б) $\frac{4}{21} + \frac{10}{21}$; в) $\frac{7}{12} - \frac{5}{12}$; г) $\frac{11}{7} - \frac{3}{7}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{1}{8} + \frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$; д) $\frac{1}{10} + \frac{1}{4}$; ж) $\frac{1}{3} + \frac{5}{9}$;

б) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$; г) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$; е) $\frac{1}{4} - \frac{1}{10}$; з) $\frac{1}{3} - \frac{1}{9}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} - \frac{5}{8}$; б) $\frac{4}{9} - \frac{2}{9} + \frac{5}{9}$; в) $\frac{11}{12} - \frac{2}{12} - \frac{7}{12}$; г) $\frac{17}{21} - \frac{5}{21} - \frac{5}{21}$.

4. Для вычисления значения выражения $\frac{c-b}{ab}$ нужно выполнить подстановку: $a = -2$, $b = -5$, $c = -4$. Определите, в каком случае подстановка выполнена верно, и выполните вычисление.

1) $\frac{-2 - (-5)}{-2 \cdot (-4)}$ 3) $\frac{-4 - (-5)}{-2 \cdot (-5)}$

2) $\frac{-4 - (-2)}{-2 \cdot (-5)}$ 4) $\frac{-4 - 5}{-2 \cdot (-5)}$

5. Найдите значение каждого из данных выражений при $x = 0,3$; $y = -0,7$.

1) $x + y$ 3) $-x - y$ 5) xy

2) $x - y$ 4) $y - x$ 6) $\frac{x}{y}$

6. Пусть $m = -5$, $n = -2$. Найдите значение каждого из данных выражений.

1) $\frac{m+n}{m}$ 3) $\frac{n-m}{n}$

2) $\frac{m-n}{m}$ 4) $\frac{m+n}{mn}$

1.3. Сложение и вычитание алгебраических дробей

Упражнения по теме

1. 1) На примере сложения дробей $\frac{c-a}{2a}$ и $\frac{a+3c}{2a}$ объясните, как складывают (вычитают) алгебраические дроби с одинаковыми знаменателями.

2) Выполните сложение или вычитание алгебраических дробей:

а) $\frac{ab}{b+c} + \frac{ac}{b+c}$; в) $\frac{c}{c^2-4} - \frac{2}{c^2-4}$;

б) $\frac{a^2}{a+b} - \frac{b^2}{a+b}$; г) $\frac{1+2x}{(1+x)^2} + \frac{x^2}{(1+x)^2}$.

2. Найдите самый простой общий знаменатель дробей:

а) $\frac{x}{y}$ и $\frac{y}{x-y}$; в) $\frac{x}{x-y}$ и $\frac{y}{x+y}$;

б) $\frac{1}{ab^3}$ и $\frac{1}{a^3b}$; г) $\frac{a}{ab-b^2}$ и $\frac{b}{a^2-ab}$.

3. Представьте в виде дроби выражение:

а) $\frac{2k}{k+1} - 2$; в) $a + \frac{a^2}{a+1}$;

б) $1 - \frac{m}{3m-1}$; г) $b - \frac{ab}{1+a}$.

4. Выполните действия, комментируя каждый шаг:

а) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab}$; в) $1 + \frac{1}{a^2b} + \frac{1}{ab^2}$;

б) $\frac{1}{abc} - \frac{a}{b} - \frac{b}{c}$; г) $1 - \frac{2}{a} - \frac{3}{a^2}$.

5. Какие правила действий с алгебраическими дробями и многочленами были использованы в ходе выполнения преобразования?

а) $\frac{c^2-1}{c^2} - \frac{c-3}{c} = \frac{c^2-1-c(c-3)}{c^2} = \frac{c^2-1-c^2+3c}{c^2} = \frac{3c-1}{c^2}$;

б) $\frac{b}{b-1} - \frac{b-2}{1-b} = \frac{b}{b-1} + \frac{b-2}{b-1} = \frac{b+b-2}{b-1} = \frac{2b-2}{b-1} = \frac{2(b-1)}{b-1} = 2$;

в) $\frac{4}{a^2+6a+8} + \frac{a}{a+2} = \frac{4}{(a+2)(a+4)} + \frac{a(a+4)}{(a+2)(a+4)} = \frac{4+a^2+4a}{(a+2)(a+4)} =$
 $= \frac{(a+2)^2}{(a+2)(a+4)} = \frac{a+2}{a+4}$.

Упражнения для повторения

1. Выполните действия:

а) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$; в) $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7}$; д) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10}$; ж) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{16}$;

б) $\frac{3}{7} : \frac{2}{3}$; г) $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$; е) $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$; з) $\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$.

2. Вычислите:

а) $24 \cdot \frac{2}{3}$; в) $30 \cdot \frac{5}{6}$; д) $\frac{5}{9} \cdot 45$; ж) $\frac{3}{4} \cdot 24$;

б) $20 : \frac{5}{2}$; г) $1 : 1\frac{3}{5}$; е) $\frac{2}{5} : 20$; з) $\frac{2}{7} : 14$.

3. Проверьте, верно ли каждое равенство. Что интересного вы заметили в записи данных равенств?

1) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ 2) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}$

4. Найдите значения данных выражений.

1) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) \cdot \frac{1}{3}$

5. Какое из следующих выражений имеет смысл при любом значении переменной a ?

1) $\frac{1 - \frac{1}{a}}{5}$ 2) $1 - \frac{5}{a}$ 3) $\frac{a}{5} - 1$ 4) $\frac{5}{1 + \frac{1}{a}}$

6. Приведите дробь $\frac{5}{2-x}$ к знаменателю:

а) $x - 2$; б) $4 - x^2$; в) $x^2 - 4$; г) $4 - 4x + x^2$; д) $(x - 2)^2$.

1.4. Умножение и деление алгебраических дробей

Упражнения по теме

1. 1) На примере умножения дробей $\frac{c^2}{2a}$ и $\frac{2}{ac}$ объясните, как умножают алгебраические дроби.

2) Выполните умножение:

а) $\frac{x}{yz} \cdot \frac{y}{xz}$; в) $\frac{b^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x + y}{b}$;

б) $\frac{a^2b}{2c} \cdot \frac{c^2}{2ab}$; г) $\frac{x-1}{x} \cdot \frac{y}{x^2 - x}$.

2. 1) Объясните, как применить правило умножения дробей к преобразованию произведения $\frac{xy}{3a} \cdot 6ax$.

2) Найдите произведение дроби и одночлена:

а) $\frac{xy}{ac} \cdot ay$; в) $axy \cdot \frac{x}{ay^2}$;

б) $\frac{x}{6y} \cdot 3x^2y$; г) $2ac \cdot \frac{y}{4axc}$.

3. 1) На примере деления дробей $\frac{c}{x^2}$ и $\frac{2}{cx}$ объясните, как делят алгебраические дроби.

2) Выполните деление:

а) $\frac{2x}{yz} : \frac{6}{xz}$; в) $\frac{b^2}{x^2 - y^2} : \frac{b}{x - y}$;

б) $\frac{a^2b}{c} : \frac{abc}{2}$; г) $\frac{x}{x+1} : \frac{y}{x^2+x}$.

4. Выполните возведение в степень алгебраической дроби:

а) $\left(\frac{ab^2}{c^3d}\right)^2$; б) $\left(-\frac{2x}{5y^2z^3}\right)^3$; в) $-\left(\frac{a^4}{2b}\right)^2$.

Упражнения для повторения

1. Назовите значения a и b , при которых выражение $\frac{a-1}{b+1}$:

а) равно нулю; б) равно 1; в) не имеет смысла.

2. Подберите значения x , при которых значение выражения $\frac{5}{x}$ является:

- а) дробным числом, большим 1;
- б) дробным числом, меньшим 1;
- в) целым положительным числом;
- г) целым отрицательным числом.

3. Прочитайте числовое выражение и найдите его значение:

а) $(0,5 - 0,4)^3$; б) $(0,3 + 0,1)^2$; в) $(2,5 + 0,5) \cdot (2,5 - 0,5)$.

4. Вычислите удобным способом:

а) $\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{12}\right) \cdot 6$; в) $\left(\frac{1}{24} - \frac{1}{32}\right) \cdot 8$;

б) $(0,2 - 0,125) \cdot 8$; г) $2\frac{3}{28} \cdot 7$.

5. Найдите значение выражения:

а) $\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{10}}{3}$; б) $\frac{3}{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}$; в) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{6}}$; г) $\frac{5}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}$.

6. Какие из данных выражений равны дроби $-\frac{a-c}{b-c}$?

1) $\frac{c-a}{b-c}$ 2) $\frac{a-c}{c-b}$ 3) $\frac{c-a}{c-b}$ 4) $\frac{-a-c}{-b-c}$

1.5. Преобразование выражений, содержащих алгебраические дроби

Упражнения по теме

1. Упростите выражение, комментируя каждый шаг:

а) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) \cdot xy$; в) $\left(1 - \frac{a}{a+c}\right) \cdot (a^2 - c^2)$;
б) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) : (x+y)$; г) $\left(\frac{a}{a+c} - 1\right) : (a-c)$.

2. Выполните возведение в квадрат:

а) $\left(m + \frac{1}{m}\right)^2$; в) $\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^2$;
б) $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2$; г) $\left(\frac{1}{2n} - n\right)^2$.

Подсказка. Воспользуйтесь формулами $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
и $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

3. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{y-x}\right) : (x+y)$;
б) $\left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a}\right) : (a+b)$;
в) $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$.

Подсказка. Упростите выражение в скобках и воспользуйтесь
формулами $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

Упражнения для повторения

1. Какие из данных равенств верные?

1) $0,1^4 = 0,0001$

3) $0,3^2 = 0,9$

2) $0,2^3 = 0,008$

4) $0,05^2 = 0,0025$

2. Сравните с нулём значение выражения:

а) $(-11)^{30} \cdot (-9)^{20}$;

в) $\frac{(-3)^{16}}{(-15)^5}$;

д) $-\frac{(-9)^4}{(-21)^{10}}$;

б) $(-5)^{20} \cdot (-4)^9$;

г) $\frac{(-12)^5}{(-6)^{12}}$;

е) $-\frac{(-7)^{10}}{(-8)^{11}}$.

3. Какие из данных выражений равны -5^4 ?

1) $-5 \cdot 5^3$

2) $-5 \cdot (-5)^3$

3) $5 \cdot (-5)^3$

4) $-(-5) \cdot (-5)^3$

4. Сравните значения выражений:

а) $3 \cdot 5^2$ и $3^3 \cdot 5$;

в) $(3 \cdot 2)^4$ и $3 \cdot 2^4$;

б) $-5 \cdot 2^3$ и $(-5 \cdot 2)^3$;

г) $4 \cdot (-2)^4$ и $-8 \cdot (-2)^3$.

1.6. Степень с целым показателем

Упражнения по теме

1. 1) На примере вычисления значения выражения:

а) 5^{-2} ; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; в) $(-2)^{-3}$; г) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$ —

объясните, как вычисляют степень с целым отрицательным показателем.

2) Вычислите:

а) 2^{-5} ; 3^{-2} ; 10^{-3} ; 1^{-7} ;

б) $(-2)^{-4}$; $(-5)^{-3}$; $(-1)^{-10}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$; б) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$; в) $\left(\frac{1}{10}\right)^0$; г) $(0,2)^{-2}$.

3. Какое выражение равно степени 3^{-n} ?

1) -3^n

2) $\frac{1}{3^n}$

3) $\frac{1}{3^{-n}}$

4) $-\frac{1}{3^n}$

4. При каких значениях n верно равенство?

1) $5^n = 125$

2) $5^n = 5$

3) $5^n = 1$

4) $5^n = \frac{1}{125}$

5) $5^n = \frac{1}{5^{-n}}$

5. Какое из приведённых чисел равно 0,0057?

1) $5,7 \cdot 10^{-1}$

2) $5,7 \cdot 10^{-2}$

3) $5,7 \cdot 10^{-3}$

4) $5,7 \cdot 10^{-4}$

6. Для каждого числа назовите его запись в стандартном виде.

1) 770 000

3) 0,51

5) 0,0356

2) 64 500

4) 0,014

6) 0,00627

Упражнения для повторения

Вспомните свойства степеней с натуральным показателем и выполните следующие упражнения:

1. Среди данных равенств выберите верные.

1) $2m^3n^2 \cdot 0,5m^2n^5 = m^5n^7$

3) $-ab \cdot (-a^2b) = a^3b^2$

2) $-10x^2y^7 \cdot 0,3x^4y = -3x^6y^8$

4) $x^3y^5z \cdot (-x^2z) = -x^5y^5z$

2. Проверьте каждое из равенств.

1) $\frac{12b^8c^3}{15b^4c^6} = \frac{4b^4}{5c^3}$

3) $\frac{5a^5b^4}{15ab^4c^2} = \frac{a^5b}{3c^2}$

2) $\frac{9k^2m^5n^3}{3km^{10}} = \frac{3kn^3}{m^5}$

4) $\frac{7xy^6z^2}{28x^4y^4z^3} = \frac{y^2}{4x^3z}$

3. Вычислите:

а) $(1,5 \cdot 10^2) \cdot (4 \cdot 10^3)$;

в) $(5 \cdot 10) \cdot (1,2 \cdot 10^5)$;

б) $(1,2 \cdot 10^9) : (2 \cdot 10^5)$;

г) $(6 \cdot 10^7) : (1,5 \cdot 10^3)$.

4. Возведите в степень произведение:

а) $(a^5b^2)^2$;

б) $(-x^3y)^3$;

в) $(ac^{10}d)^2$;

г) $(-a^3bc)^4$.

5. Представьте в виде куба выражение:

а) $64x^9$;

б) $0,008y^3$;

в) a^6b^{12} ;

г) $0,027x^{24}$.

6. Выберите запись, в которой возведение в степень дроби выполнено правильно.

1) $\left(-\frac{x^2}{0,2y^3}\right)^3 = -\frac{x^5}{0,008y^6}$

2) $\left(-\frac{a^4}{2b^5}\right)^4 = \frac{a^{16}}{16b^{20}}$

1.7. Свойства степени с целым показателем

Упражнения по теме

1. 1) По какому правилу умножают степени с целым показателем одного и того же числа?

2) Представьте выражение в виде степени с основанием x :

а) $x^{10} \cdot x^{-8}$;

б) $x^{-5} \cdot x^{-3}$;

в) $x^{11} \cdot x^{-11}$;

г) $x^{-7} \cdot x^3$.

2. 1) По какому правилу делят степени с целым показателем одного и того же числа?

2) Упростите выражение:

а) $\frac{x^{-6}}{x^{-2}}$; б) $\frac{x^2 \cdot x^4}{x^{-2}}$; в) $\frac{15x^7}{12x^{-7}}$; г) $\frac{x^{-3}}{x^4 \cdot x^{-1}}$.

3. Какие из выражений нельзя упростить на основе свойств степени с целым показателем? Объясните ответ.

1) $y^{-3} \cdot y^2$ 2) $\frac{x^5}{x^{-4}}$ 3) $x^{-1} \cdot y^3$ 4) $a^5 : c^{-2}$

4. Какое из выражений равно произведению $16 \cdot 2^n$?

1) 2^{4n} 2) 2^{n+4} 3) 16^n 4) 32^n

5. 1) По какому правилу возводят степень в степень с целым показателем?

2) Представьте в виде степени с основанием x^2 :

а) x^4 ; б) x^6 ; в) x^{-10} ; г) 1.

6. Прочитайте задание и заполните пропуски в тексте, назвав нужное число.

В школьном биологическом кабинете имеется оптический микроскоп, который даёт возможность различать объекты размером до $1,5 \cdot 10^{-5}$ см. Выразите эту величину в миллиметрах:

$1,5 \cdot 10^{-5}$ см = ... см = ... мм.

7. Выполните вычисления и назовите результат, представив его в десятичной записи:

а) $(1,2 \cdot 10^2) \cdot (5 \cdot 10^3)$; в) $(2,5 \cdot 10^{-4}) \cdot (4 \cdot 10^3)$;
б) $(2 \cdot 10^{-3}) \cdot (1,3 \cdot 10^{-1})$; г) $(1,8 \cdot 10^2) \cdot (2 \cdot 10^{-5})$.

8. Найдите значение выражения:

а) $27^{-2} \cdot 3^6$; в) $125^{-2} : 5^{-5}$;
б) $(16^4 \cdot 2^{-15})^{-1}$; г) $(2^4)^{-3} : 4^{-8}$.

Упражнения для повторения

1. Найдите неизвестное число:

а) $0,5x = -4,5$; в) $7 - 2x = 0$; д) $5 - 2x = 4$;
б) $-2,5x = -7,5$; г) $5 + 2x = 0$; е) $4 - 3x = 3$.

2. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{5}x = \frac{1}{4}$; в) $-\frac{1}{6}x = 2$; г) $\frac{2}{3}x = 6$.

3. Прочитайте задачу:

«Скорость пешехода на 8 км/ч меньше скорости велосипедиста. Расстояние между посёлком и городом пешеход проходит за 1,5 ч, а велосипедист проезжает за 0,5 ч. Чему равно расстояние между посёлком и городом?»

Для решения данной задачи можно составить разные уравнения. Выберите подходящее уравнение, если введено обозначение:

а) расстояние x км;

б) скорость пешехода x км/ч;

в) скорость велосипедиста x км/ч.

1) $1,5(x - 8) = 0,5x$ 4) $0,5x = 1,5(x + 8)$

2) $1,5x = 0,5(x + 8)$ 5) $\frac{x}{1,5} = \frac{x}{0,5} + 8$

3) $\frac{x}{0,5} - \frac{x}{1,5} = 8$ 6) $\frac{x}{1,5} + 8 = \frac{x}{0,5}$

4. Найдите:

1) 1 % и 7 % от 200 учащихся школы;

2) 1 % и 15 % от 3000 избирателей округа;

3) 40 % от 150 участников марафона.

5. Выразите процент некоторой величины десятичной дробью: 24 %; 47 %; 30 %; 80 %; 6 %; 9 %; 125 %; 250 %.

Подсказка. В рассуждениях замените слово «процент» словом «сотая».

Например, 70 %, т. е. 70 сотых — это 0,7.

6. Прочитайте задачу:

«Во время распродажи цены на электротовары были снижены на 30 %. Сколько стал стоить утюг, если до распродажи его цена была 900 р.?»

Какие из данных выражений подходят для получения ответа на вопрос задачи?

1) $900 - 900 \cdot 30$

3) $900 \cdot 0,7$

2) $900 - 900 \cdot 0,3$

4) $900 - 900 : 0,3$

7. Назовите буквенное выражение для вычисления новой цены товара при снижении прежней: а) на 20 %; б) на 7 %; в) на 3,5 %. (Обозначьте прежнюю цену буквой c .)

1.8. Решение уравнений и задач

Упражнения по теме

1. Решите уравнение, комментируя каждый шаг:

а) $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{2}$;

в) $\frac{2x}{3} - \frac{x-1}{3} = \frac{1}{3}$;

б) $\frac{x-3}{5} + \frac{x}{5} = \frac{3}{5}$;

г) $\frac{3x}{4} + \frac{x+1}{4} = \frac{3}{4}$.

2. Решите уравнение:

а) $\frac{7x-1}{2} = 3$;

б) $\frac{1-5x}{3} - 2 = 0$;

в) $\frac{1-3x}{4} = \frac{1}{2}$;

г) $\frac{x+2}{2} = \frac{5}{6}$.

3. а) В x г раствора содержится 6 % соли. Выразите через x количество соли (в граммах) в данном растворе.

б) Годовой доход по вкладу «Праздничный» составляет 7 %. Выразите доход в рублях на вклад x р.

4. Прочитайте задачу:

«Ковёр после снижения цен на 20 % стал стоить 1200 р. Сколько стоил ковер до снижения цен?»

Пусть буквой x обозначено неизвестное число. Какие из данных уравнений подходят для получения ответа на вопрос задачи?

1) $x - 0,02x = 1200$

4) $x = 1200 : 0,2$

2) $x - 0,2x = 1200$

5) $0,08x = 1200$

3) $x - 0,8x = 1200$

6) $0,8x = 1200$

Упражнения для повторения

1. Представьте в виде степени:

а) с основанием 2 число: $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1; 8;

б) с основанием 5 число: 25; $\frac{1}{25}$; 1; $\frac{1}{5}$; 125.

2. Вычислите: $(-5)^{-2}$; $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$; $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$.

3. Расположите числа $\left(\frac{7}{2}\right)^{-3}$, $\left(\frac{2}{7}\right)^0$ и $\left(\frac{2}{7}\right)^4$ в порядке возрастания.

4. Какое число представлено в виде суммы разрядных слагаемых?

1) $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$

2) $1 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$

3) $0 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$

4) $8 \cdot 10^{-1} + 0 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-4}$

5. Прочитайте текст, заполняя пропуски:

а) В 2013 г. продажи смартфонов в мире впервые превысили продажи мобильных телефонов и составили $9,68 \cdot 10^8$ штук. Если выразить это число в миллионах штук, то получим ... млн смартфонов.

б) По численности населения первое место в мире занимает Китай, где в начале 2014 г. проживало примерно $1,39 \cdot 10^9$ человек. Если выразить это число в миллионах жителей, то получим ... млн человек.

6. Используя таблицу квадратов двузначных чисел, найдите:

1) а) 19^2 ; б) 48^2 ; в) 61^2 ; г) 85^2 ; д) 93^2 ;

2) число, квадрат которого равен данному числу:

а) 324; б) 729; в) 961; г) 1444; д) 3025.

7. Назовите число, квадрат которого равен данному числу:

1) а) 121; б) 144; в) 169; г) 196; д) 225.

2) а) 0,36; б) 0,01; в) 0,0081; г) 0,09; д) 0,0121.

8. Ученику предложено задание:

«Вычислить значение выражения $81^4 \cdot \left(-\frac{1}{3^4}\right)^3$ ».

Рассмотрите решение, выполненное учеником:

$$81^4 \cdot \left(-\frac{1}{3^4}\right)^3 = (3^4)^4 \cdot \left(-\frac{1}{3^{12}}\right) = \frac{3^{16}}{3^{12}} = 3^4.$$

Ответ: 3^4 .

Прокомментируйте его решение:

- правильно ли выполнен переход к основанию 3;
- можно ли в решении перейти к основанию 81;
- полностью ли выполнено задание?

Глава 2. Квадратные корни

2.1. Задача о нахождении стороны квадрата

Упражнения по теме

1. 1) Из формулы площади круга $S = \pi r^2$ выразите радиус r .
2) Найдите примерное значение радиуса круга, считая $\pi \approx 3$, если:
а) $S \approx 192 \text{ см}^2$; б) $S \approx 147 \text{ м}^2$; в) $S \approx 0,75 \text{ дм}^2$; г) $S \approx 0,12 \text{ км}^2$.

2. Вычислите:

- 1) а) $\sqrt{121}$; б) $\sqrt{12100}$; в) $\sqrt{1,21}$; г) $\sqrt{0,0121}$.
2) а) $\sqrt{400}$; б) $\sqrt{14\,400}$; в) $\sqrt{90\,000}$; г) $\sqrt{64\,000\,000}$.

3. Прочитайте выражения: $6\sqrt{0,01}$ и $\sqrt{7^2 - 13}$. Найдите значение каждого из них, комментируя ход вычисления.

4. Вычислите $\sqrt{1 - 8x}$ при $x = -3$; $x = -1$; $x = 0$; $x = \frac{1}{8}$.

5. Найдите значение выражения при $x = 0,25$ и $y = 16$:

- а) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$; в) $\frac{\sqrt{x}\sqrt{y}}{2}$;
б) $y - \sqrt{x}$; г) $x\sqrt{y}$.

6. Вычислите:

- а) $\sqrt{\sqrt{810\,000}}$; в) $\sqrt{1 + \sqrt{64}}$;
б) $\sqrt{\sqrt{25} - 1}$; г) $\sqrt{\sqrt{144} - \sqrt{9}}$.

Упражнения для повторения

1. Даны числа: $\frac{3}{5}$; 0; -4,5; 1; $-\frac{9}{4}$; $3\frac{1}{3}$; -100; 7,02; 8; -0,6.

Назовите те из них, которые являются:

- а) натуральными числами;
б) целыми числами;
в) отрицательными дробными числами;
г) рациональными числами.

Подсказка. Натуральные числа, противоположные им числа и число 0 составляют *множество целых чисел*. Целые и дробные (положительные и отрицательные) числа составляют *множество рациональных чисел*.

2. а) Определите, какое из утверждений неверно.

- 1) $-7 \in \mathbb{Z}$ 2) $-7 \in \mathbb{Q}$ 3) $-7 \in \mathbb{N}$

б) В каком случае правильно указано соотношение между множествами $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ и $\mathbb{Q}$?

- 1) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{N}$ 2) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$ 3) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ 4) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$

Подсказка. Множество целых чисел обозначают буквой $\mathbb{Z}$ (первой буквой немецкого слова *zahl* — число). Например, $4 \in \mathbb{Z}$, $-4 \in \mathbb{Z}$, $0 \in \mathbb{Z}$.

Множество рациональных чисел обозначают буквой $\mathbb{Q}$ (первой буквой французского слова *quotient* — частное). Например, $\frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$, $-5,3 \in \mathbb{Q}$.

3. Укажите отрезок между двумя соседними делениями координатной прямой (рис. 1), которому принадлежит число: $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{2}$, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{3}$.

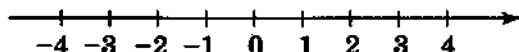


Рис. 1

4. Чему равна сторона квадрата, площадь которого:

- а) 16 см^2 ; б) $0,36 \text{ см}^2$; в) $1,44 \text{ см}^2$?

5. Какое из приближённых равенств верно:

$\sqrt{0,164} \approx 0,04$ или $\sqrt{0,164} \approx 0,4$?

2.2. Иррациональные числа

Упражнения по теме

1. Используя десятичное приближение числа $\sqrt{10}$, полученное с помощью калькулятора, назовите десятичные приближения этого числа с двумя, тремя, четырьмя и с пятью знаками после запятой. Выполните то же задание для числа $\sqrt{1000}$.

Подсказка. $\sqrt{10} \approx 3,16227766$.

2. Какие из данных чисел являются рациональными, а какие — иррациональными:

$\frac{3}{7}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{7^2}$, $\sqrt{1,6}$, $\sqrt{0,49}$, $\sqrt{200}$, $\sqrt{400}$, 4π , $(\sqrt{2})^2$?

3. 1) Площадь прямоугольника, сложенного из четырёх одинаковых квадратов, равна 12 см^2 (рис. 2, а, б). Чему равна сторона такого квадрата? (Назовите её точное и приближённое значения.)

2) Чему равна сторона квадрата, изображённого на рисунке 2, б?



Рис. 2

4. Одна из точек M , N , P или Q , отмеченных на координатной прямой (рис. 3), соответствует числу $\sqrt{29}$. Какая это точка? Ответ объясните.

5. Сравните числа: $\sqrt{9}$ и $\sqrt{16}$, $\sqrt{2}$ и $\sqrt{4}$, $\sqrt{10}$ и $\sqrt{12}$, $\sqrt{33}$ и $\sqrt{30}$.

Как меняются значения $\sqrt{x}$ с увеличением x ?

6. Каким из пяти отмеченных на координатной прямой точек (рис. 4) соответствуют числа $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$ и $\sqrt{15}$?

7. Какие целые числа заключены между числами $\sqrt{15}$ и $\sqrt{45}$?

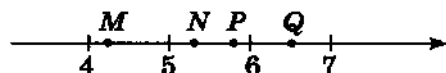


Рис. 3

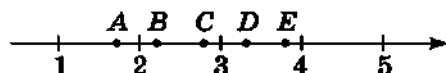


Рис. 4

Упражнения для повторения

1. Сравните числа:

а) $\sqrt{5}$ и $\sqrt{7}$; б) $1 - \sqrt{5}$ и $1 - \sqrt{7}$; в) $-\sqrt{5}$ и $-\sqrt{7}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\sqrt{16}}$; б) $\sqrt{\sqrt{81}}$; в) $\sqrt{\sqrt{625}}$; г) $\sqrt{\sqrt{\frac{1}{625}}}$.

3. Прочитайте выражения: $\sqrt{1 + 4^2 + 8^2}$ и $\sqrt{5^2 - 4^2}$. Найдите значение каждого из них, комментируя ход вычисления.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{1 - 2x}$ при:

а) $x = 0$; б) $x = 0,5$; в) $x = -4$; г) $x = 0,32$.

5. Какому из промежутков: $[1,5; 1,6]$, $[1,6; 1,7]$, $[1,7; 1,8]$ или $[1,8; 1,9]$ — принадлежит число $1\frac{8}{11}$?

2.3. Теорема Пифагора

Упражнения по теме

1. Сформулируйте теорему Пифагора. Найдите приближённое значение гипотенузы прямоугольного треугольника, катеты которого равны:

а) 5 см и 3 см; б) 6 см и 4 см; в) 10 см и 5 см.

(Ответ округлите до целых.)

2. Найдите сторону прямоугольного треугольника, обозначенную буквой x на рисунке 5, а—в.

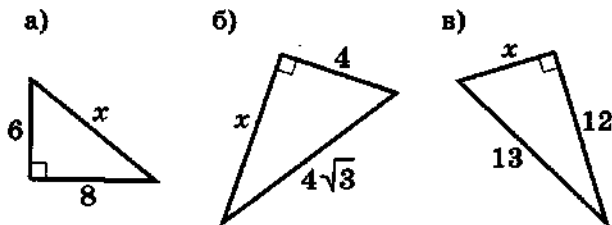


Рис. 5

3. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна:

а) 2 м^2 ; б) 3 м^2 ; в) 4 м^2 ; г) 5 м^2 .

4. Фигура, изображённая на рисунке 6, образована прямоугольными треугольниками (восемь отрезков имеют длину, равную 1).

1) Объясните, как найти длину отрезка OD .

2) Прочитайте предложения, заполняя пропуски:

Длина отрезка OE равна ...

Длина отрезка OK равна ...

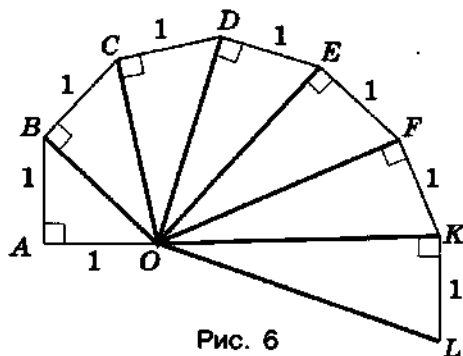


Рис. 6

Упражнения для повторения

1. Из точек, отмеченных на координатной прямой (рис. 7), три точки соответствуют числам $-\sqrt{5}$, $-\sqrt{8}$, $-\sqrt{18}$. Какие это точки?

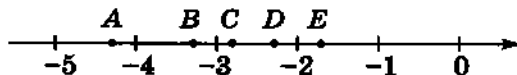


Рис. 7

2. Из формулы объёма цилиндра $V = \pi r^2 h$ выразите радиус r .

3. Из формулы пути равноускоренного движения $S = \frac{at^2}{2}$ выразите время t .

4. Как называется график зависимости, заданной равенством $y = x^2$? По изображённому на рисунке 8 графику $y = x^2$ выполните следующие задания:

1) Найдите по графику примерные значения x , при которых:
а) $y = 3$; б) $y = 5$.

2) Назовите координаты точек, в которых:

а) прямая $y = 6$ пересекает параболу $y = x^2$;

б) параболу $y = x^2$ пересекает прямую $y = 81$.

3) Опишите свойства функции $y = x^2$.

5. На оси абсцисс (рис. 9) отмечены точки с координатами $(1; 0)$, $(\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{3}; 0)$, $(2; 0)$, $(\sqrt{5}; 0)$. Объясните, как построить точку с координатами $(\sqrt{6}; 0)$.

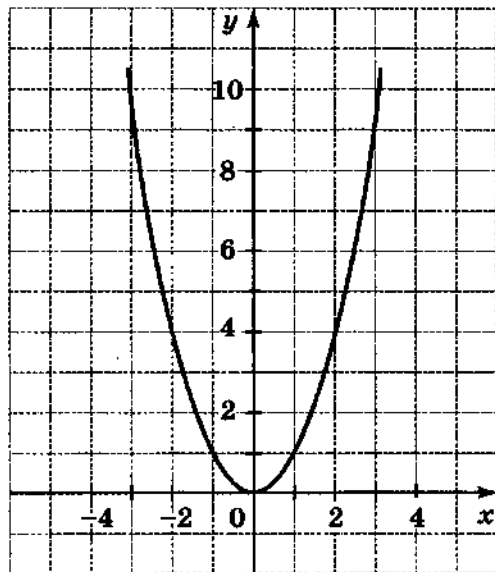


Рис. 8

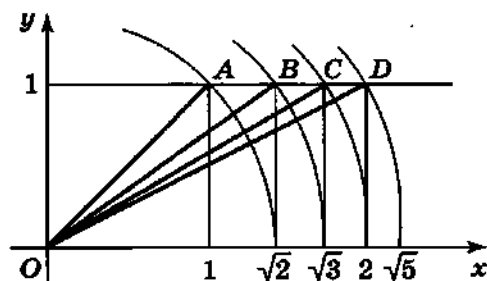


Рис. 9

2.4. Квадратный корень (алгебраический подход)

Упражнения по теме

1. 1) Какое число называют корнем из числа a ? Сколько существует квадратных корней из числа a , если $a > 0$?

2) Найдите квадратные корни из числа a , если $a = 1; 2; 3; 4$.

3) Какие из следующих выражений не имеют смысла:

$$\sqrt{14}; \sqrt{-17}; \sqrt{0,05}; \sqrt{0}; -\sqrt{2,5}; \sqrt{-4}?$$

2. 1) Как называют неотрицательный квадратный корень из числа a ? Как проверить, верно ли равенство $\sqrt{a} = b$?

2) Есть ли среди данных равенств неверные:

$$\sqrt{36} = 6; \quad \sqrt{4} = -2; \quad \sqrt{0} = 0; \quad \sqrt{0,01} = -0,1?$$

3. При каких значениях a не имеет смысла выражение:

а) $\sqrt{9a}$; б) $\sqrt{a-1}$; в) $\sqrt{a+2}$?

4. Даны уравнения:

1) $x^2 = 100$; 3) $x^2 = 0$; 5) $x^2 = 7$;
2) $x^2 = -3$; 4) $x^2 = \frac{1}{9}$; 6) $x^2 = -4$.

Выберите из них те, которые:

- а) имеют два корня;
б) имеют два рациональных корня;
в) имеют два иррациональных корня;
г) имеют один корень;
д) не имеют корней.

5. Решите уравнение:

а) $x^2 - 10 = 0$; в) $x^2 + 4 = 0$; д) $x^2 - 1 = 24$;
б) $x^2 - 3 = 0$; г) $4x^2 = 1$; е) $x^2 - 4 = 5$.

6. Решите уравнение:

а) $(x-5)^2 = 0$; в) $(x-1)(x+2) = 0$;
б) $(x+3)^2 = 1$; г) $(x-1)^2 = 1$.

7. Каждому уравнению:

а) $x^2 - 10 = 1$; в) $x^2 - 10 = -1$;
б) $x^2 + 10 = 0$; г) $x^2 + 10 = 10$ —

поставьте в соответствие множество его корней.

1) 0 2) -3; 3 3) $-\sqrt{11}; \sqrt{11}$ 4) $\emptyset$

Подсказка. Символом $\emptyset$ обозначают пустое множество.

Упражнения для повторения

1. Вычислите значение выражения:

а) $|4 - (-7)|$; в) $|1,7 - 10|$;
б) $|-6 - (-3)|$; г) $|-0,6 - 8|$.

Подсказка. Модуль неотрицательного числа a равен самому числу a ; модуль отрицательного числа a равен противоположному ему положительному числу $-a$, т. е. $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$

2. Поставьте в соответствие каждому множеству точек, изображённому на координатной прямой (рис. 10), задающее его неравенство.

- 1) $|x| < 7$
- 2) $|x| \leq 7$
- 3) $|x| \geq 7$
- 4) $|x| > 7$

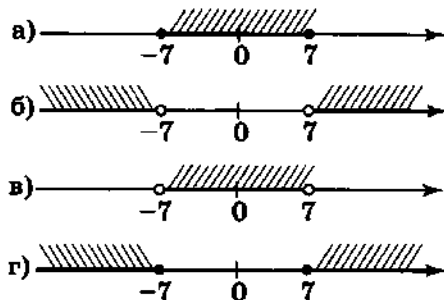


Рис. 10

3. Поставьте в соответствие каждому графику на координатной плоскости (рис. 11) его алгебраическое описание.

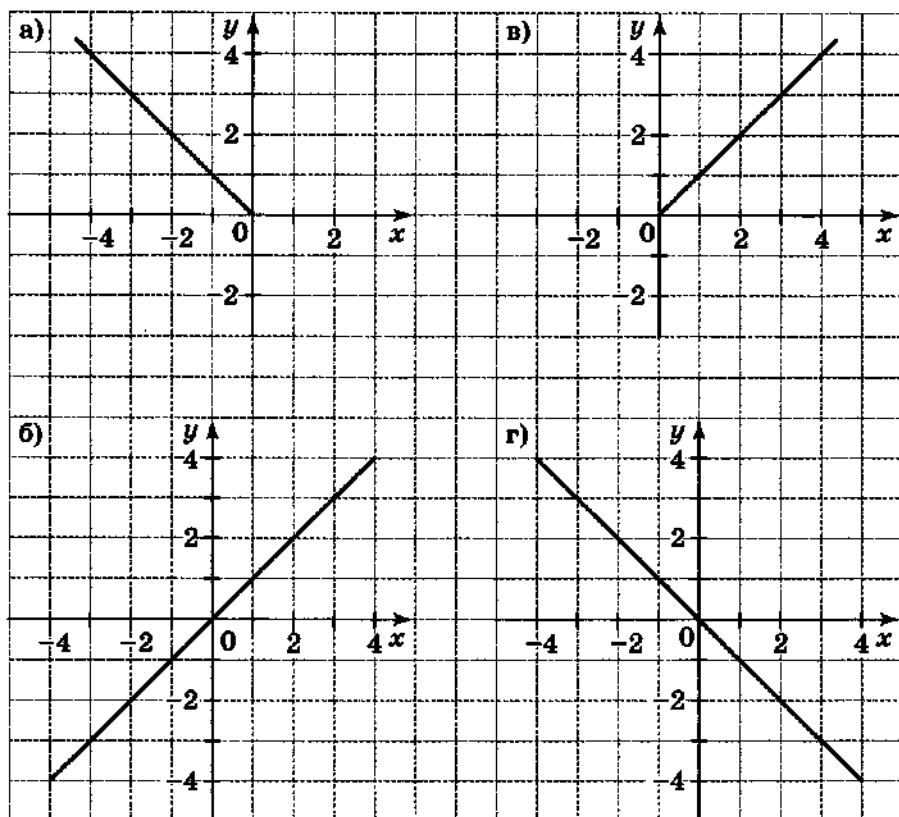


Рис. 11

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1) $y = -x$ и $x \leq 0$ | 3) $y = -x$ и $ x \leq 4$ |
| 2) $y = x$ и $x \geq 0$ | 4) $y = x$ и $ x \leq 4$ |

2.5. График зависимости $y = \sqrt{x}$

Упражнения по теме

1. 1) Опишите свойства графика зависимости $y = \sqrt{x}$ (рис. 12).

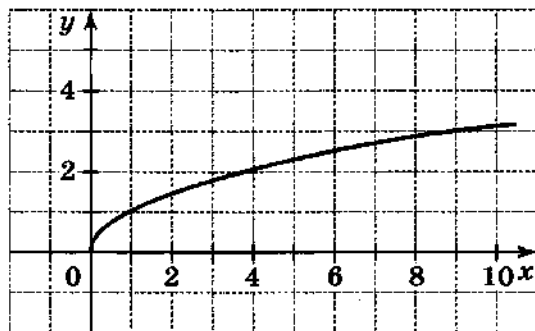


Рис. 12

2) Пересекает ли график зависимости $y = \sqrt{x}$ прямая:

а) $y = 2$; б) $y = -2$; в) $x = 1$; г) $x = -1$?

3) Найдите координаты точки пересечения графика зависимости $y = \sqrt{x}$ и прямой:

а) $y = 4$; б) $y = 9$; в) $x = 4$; г) $x = 7$.

2. На координатной плоскости даны точки:

$A(\sqrt{3}; 3)$, $B(1; 1)$, $C(-4; -2)$, $D(7; \sqrt{7})$, $E(18; 3\sqrt{2})$.

Какие из данных точек принадлежат графику зависимости $y = \sqrt{x}$?

3. Найдите координаты точки пересечения графика зависимости $y = \sqrt{x}$ и прямой:

а) $y = x$; б) $y = \frac{x}{2}$.

4. Какое из утверждений относительно графика зависимости $y = \sqrt{x}$ является неверным?

- 1) график целиком расположен в правой координатной четверти
- 2) точка $O(0; 0)$ принадлежит графику
- 3) любая горизонтальная прямая, расположенная выше оси x , пересекает график
- 4) любая вертикальная прямая, расположенная правее оси y , пересекает график
- 5) ось x и ось y касаются графика в точке $O(0; 0)$

Упражнения для повторения

1. Вычислите:

а) $(3\sqrt{2})^2$; б) $(2\sqrt{3})^2$; в) $(3\sqrt{5})^2$; г) $(5\sqrt{3})^2$.

2. Между какими целыми числами заключено число:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt{22}$; в) $\sqrt{40}$; г) $\sqrt{91}$?

3. Расположите в порядке возрастания числа:

а) $-\sqrt{10}$; $-\sqrt{5}$; $-\sqrt{7}$; $-\sqrt{2}$; б) $\sqrt{17}$; $-\sqrt{15}$; $-\sqrt{20}$; $\sqrt{12}$.

4. Из формулы скорости свободно падающего тела $v = \sqrt{2gh}$ выразите высоту h .

5. Назовите разложение на простые множители для каждого из чисел: 18; 75; 80.

Подсказка. $98 = 2 \cdot 7^2$.

2.6. Свойства квадратных корней

Упражнения по теме

1. Упростите выражение:

а) $(\sqrt{11})^2$; б) $(\sqrt{30})^2$; в) $(\sqrt{0})^2$.

Назовите в буквенном виде соответствующее свойство квадратного корня.

2. 1) Преобразуйте выражение $\sqrt{25 \cdot 81}$. Каким свойством корня вы воспользовались?

2) Вычислите:

а) $\sqrt{16 \cdot 0,04}$; б) $\sqrt{0,25 \cdot 9}$; в) $\sqrt{1,21 \cdot 0,09}$.

3. 1) Преобразуйте выражение $\sqrt{\frac{9}{100}}$. Каким свойством корня вы воспользовались?

2) Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{4}{169}}$; б) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; в) $\sqrt{\frac{0,01}{4}}$.

4. 1) На примере преобразования выражения $\sqrt{18}$ расскажите, как выносят множитель из-под знака корня.

2) Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{12}$; б) $0,2\sqrt{50}$; в) $0,25\sqrt{32}$.

5. 1) На примерах преобразования выражений $3\sqrt{2}$ и $-2\sqrt{3}$ расскажите, как вносят множитель под знак корня.

2) Внесите множитель под знак корня:

а) $5\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{14}$; в) $0,5\sqrt{2}$; г) $-3\sqrt{6}$.

6. Сравните числа:

а) $5\sqrt{2}$ и $3\sqrt{6}$; б) $3\sqrt{3}$ и $2\sqrt{5}$; в) $2\sqrt{6}$ и $4\sqrt{2}$.

7. Проверьте равенство:

а) $\sqrt{5\frac{5}{24}} = 5\sqrt{\frac{5}{24}}$; б) $\sqrt{3\frac{3}{7}} = 3\sqrt{\frac{3}{7}}$.

8. Зная, что $\sqrt{28} \approx 5,3$, найдите приближённое значение для числа:

а) $\sqrt{2800}$; б) $\sqrt{280\,000}$; в) $\sqrt{0,28}$; г) $\sqrt{0,0028}$.

Упражнения для повторения

1. На координатной плоскости даны точки:

$A(\sqrt{2}; 2)$, $B(4; 16)$, $C(5; \sqrt{5})$, $D(8; 2\sqrt{2})$.

Какие из данных точек принадлежат графику зависимости $y = \sqrt{x}$?

2. Выберите выражения, которые можно упростить, используя формулу разности квадратов.

1) $(m + 3)(m - 3)$	4) $(a - b)(a - b)$
2) $(xy + z)(z - xy)$	5) $(ax - c)(ax + cy)$
3) $(n^2 - 1)(n^2 + 1)$	6) $(3 - k^3)(k^3 + 3)$

3. Проверьте, верно ли выполнено преобразование выражений.

1) $(a - 2)(a + 2) - a(a - 1) = 3 + a$
2) $(a - 2)(a + 2) - a(a + 1) + 1 = -3 - a$
3) $(a - 1)(a + 1) - a(a - 2) - a = a - 1$
4) $(a - 1)(a + 1) - a(a + 2) + a = 1 - a$

4. Среди данных равенств найдите верные и прочитайте их.

1) $(x - 3)^2 = x^2 - 9$
2) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
3) $(3 - x^3)^2 = 9 - 6x + x^5$
4) $(1 - x)^2 = 1 - 2x + x^2$

2.7. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни

Упражнения по теме

1. 1) В сумме $3\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$ назовите подобные радикалы. Упростите сумму, пользуясь правилом приведения подобных слагаемых.

2) Упростите выражение:

а) $\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$;

в) $4 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$;

б) $10\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - 11\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$;

г) $\sqrt{x} - 3\sqrt{y} - 2\sqrt{x} + 4\sqrt{y}$.

2. Упростите сумму:

а) $\sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{18}$;

в) $\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{45}$;

б) $\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{27}$;

г) $\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{49}$.

3. Упростите произведение:

а) $\sqrt{8} \cdot 4\sqrt{2}$;

в) $\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{10}$;

б) $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$;

г) $\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{3}$.

4. Упростите дробь:

а) $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{24}}$;

б) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}$.

5. Выполните преобразование выражения, используя подходящую формулу сокращённого умножения:

а) $(1 + \sqrt{3})^2$;

в) $(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})$;

б) $(2 - \sqrt{2})^2$;

г) $(2 + \sqrt{7})(2 - \sqrt{7})$.

Упражнения для повторения

1. Вычислите:

а) 3^3 ;

в) $(-4)^3$;

д) $0,1^3$;

ж) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$;

б) 0^3 ;

г) -5^3 ;

е) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$;

з) $\left(-\frac{1}{10}\right)^3$.

2. Найдите значение выражения $\frac{x^3}{2}$ при:

а) $x = -1$;

б) $x = \frac{1}{4}$;

в) $x = 2\sqrt{2}$;

г) $x = -0,2$.

3. Назовите числа 1, 2, $\sqrt{1,5}$, $\sqrt{0,5}$ в порядке возрастания.

4. Найдите значение данного выражения при $x = \sqrt{6}$ и $y = \sqrt{2}$:

а) $-\frac{1}{2}xy$; б) $\frac{2x}{y}$; в) $\sqrt{x^2 - y^2}$; г) $\sqrt{x^2 + y^2}$.

2.8. Кубический корень

Упражнения по теме

1. 1) При каких значениях a выражение $\sqrt[3]{a}$ имеет смысл?

2) Найдите:

а) $\sqrt[3]{8}$; б) $\sqrt[3]{125}$; в) $\sqrt[3]{-64}$; г) $\sqrt[3]{0}$.

2. Какие из чисел: 17; -20; 43; -57; 0; 65 — можно подставить вместо a в выражение $\sqrt[3]{a}$ так, чтобы оно имело смысл? А в выражение $\sqrt[3]{a}$?

3. Между какими целыми числами заключено число:

а) $\sqrt[3]{2}$; б) $\sqrt[3]{10}$; в) $\sqrt[3]{100}$?

Упражнения для повторения

1. Решите уравнение:

а) $(x - 2)^2 = 0$; в) $(x - 2)(x + 1) = 0$;

б) $(x + 3)^2 = 0$; г) $(x + 3)(x - 5) = 0$.

2. Решите уравнение:

а) $(x - 1)^2 = 1$; в) $(x + 1)^2 = 2$;

б) $(x - 3)^2 = 2$; г) $(x - 5)^2 = 4$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{400 \cdot 49}$; в) $\sqrt{0,01 \cdot 121}$;

б) $\sqrt{25 \cdot 81}$; г) $\sqrt{0,25 \cdot 144}$.

4. Вычислите произведение:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$; в) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$;

б) $\sqrt{28} \cdot \sqrt{7}$; г) $\sqrt{44} \cdot \sqrt{11}$.

5. Расположите в порядке возрастания числа:

а) $5\sqrt{2}$; $2\sqrt{5}$; 5,5; б) $3\sqrt{2}$; $2\sqrt{3}$; $\sqrt{10}$; 3,5.

Глава 3. Квадратные уравнения

3.1. Какие уравнения называют квадратными

Упражнения по теме

1. Для данного квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ назовите коэффициенты a , b и c :

а) $7x^2 - 5x + 1 = 0$; б) $10x^2 - 3 = 0$; в) $x^2 - 4x = 0$; г) $-x^2 = 0$.

2. Какие из данных уравнений нельзя представить в виде квадратного уравнения?

1) $(x + 1)(x - 1) = 0$

4) $x(x - 1) - (3 + x^2) = 0$

2) $2x^2 = 3x - 2$

5) $5 - x = x(2x + 1)$

3) $(x - 3)^3 = 3$

6) $3x - 1 = 2(x + 1)$

3. Какие из данных чисел: -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 — являются корнями уравнения $x^2 + 2x - 8 = 0$?

4. Преобразуйте уравнение в приведённое квадратное уравнение:

а) $5x^2 + 10x - 5 = 0$;

в) $-x^2 + 12x - 18 = 0$;

б) $-6x^2 - 6x + 18 = 0$;

г) $4x^2 - 2x + 8 = 0$.

Упражнения для повторения

1. Сравните с нулём значение выражения:

а) $20^2 - 4 \cdot 100 \cdot 1$;

в) $(-3)^2 + 4 \cdot 2 \cdot (-2)$;

б) $(-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2)$;

г) $(-5)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5$.

2. Является ли данное число:

а) $\sqrt{9}$;

б) $\sqrt{18}$;

в) $\sqrt{14}$;

г) $-\sqrt{25}$;

д) $\sqrt{0}$ —

рациональным? иррациональным?

3. Вычислите:

а) $\frac{1 + \sqrt{64}}{10}$;

б) $\frac{-20 + \sqrt{0}}{200}$;

в) $\frac{-3 - \sqrt{81}}{6}$;

г) $\frac{5 - \sqrt{50}}{10}$.

3.2. Формула корней квадратного уравнения

Упражнения по теме

1. Вычислите дискриминант квадратного уравнения:

а) $x^2 - 3x - 3 = 0$;

в) $x^2 - x - 1 = 0$;

б) $x^2 + 4x + 4 = 0$;

г) $x^2 - 2x - 2 = 0$.

2. Вычислите дискриминант квадратного уравнения:

а) $2x^2 - x - 1 = 0$;

в) $3x^2 + 2x - 2 = 0$;

б) $5x^2 + 3x + 1 = 0$;

г) $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

3. По дискриминанту квадратного уравнения определите, имеет корни или не имеет корней уравнение:

а) $2x^2 - 7x + 1 = 0$;

г) $4x^2 - 5x + 7 = 0$;

б) $x^2 - x - 5 = 0$;

д) $x^2 - 6x + 9 = 0$;

в) $x^2 + 2x + 9 = 0$;

е) $x^2 - 5x + 6 = 0$.

4. Даны шесть уравнений, каждое из которых имеет корни. Определите, какие это корни: рациональные или иррациональные.

1) $6x^2 - x - 1 = 0$

4) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

2) $x^2 - 2x - 15 = 0$

5) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

3) $x^2 - 5x + 3 = 0$

6) $5x^2 - x - 7 = 0$

5. Каждому уравнению:

а) $x^2 + 7x + 10 = 0$;

в) $x^2 - 2x + 1 = 0$;

б) $x^2 + 10x + 35 = 0$;

г) $x^2 - 3x + 2 = 0$ —

поставьте в соответствие число его корней:

1) два корня 2) один корень 3) нет корней

Упражнения для повторения

1. Преобразуйте уравнение в приведённое квадратное уравнение:

а) $3x^2 - 9x - 12 = 0$;

в) $-x^2 + 2x + 6 = 0$;

б) $-10x^2 + 5x + 15 = 0$;

г) $10x^2 - 30x - 100 = 0$.

2. В уравнении $-2x + 7 = 0$ назовите свободный член и коэффициент при неизвестном. Какое из чисел: $-3,5$ или $3,5$ — является корнем данного уравнения?

3. Решите уравнение, комментируя каждый шаг:

а) $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{2}$;

б) $\frac{x+1}{2} = 1$;

в) $x - 1 = \frac{1}{3}$;

г) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$.

4. Вычислите:

а) $(\sqrt{5})^2 - 5 \cdot 1$;

в) $\sqrt{\sqrt{64}} - \sqrt{2}$;

б) $(\sqrt{6})^2 - (-3) \cdot 6$;

г) $\sqrt{\sqrt{25}} + \sqrt{45}$.

3.3. Вторая формула корней квадратного уравнения

Упражнения по теме

1. Для уравнения с чётным вторым коэффициентом вычислите значение сокращённого дискриминанта D_1 :

а) $3x^2 - 2x - 8 = 0$; в) $x^2 + 16x + 63 = 0$;

б) $x^2 - 6x + 14 = 0$; г) $2x^2 + 4x - 7 = 0$.

Подсказка. Для квадратного уравнения $ax^2 + 2kx + c = 0$, где k — целое число, дискриминант D_1 вычисляют по формуле $D_1 = k^2 - ac$.

2. Установите соответствие между уравнением:

а) $x^2 - 18x + 81 = 0$; в) $x^2 - 12x + 40 = 0$;

б) $x^2 + 8x - 15 = 0$; г) $x^2 - 14x + 24 = 0$ —

и утверждением о его корнях:

1) уравнение имеет два корня

2) уравнение имеет один корень

3) уравнение не имеет корней

Подсказка. Воспользуйтесь формулой вычисления сокращённого дискриминанта D_1 .

3. При каких значениях c уравнение $x^2 + 2x + c = 0$ имеет указанное число корней?

1) два корня

2) один корень

3) не имеет корней

4. Корни приведённого квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$

можно найти по формуле $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$. Решите уравнение:

а) $x^2 - 2x - 8 = 0$; в) $x^2 + 16x + 63 = 0$;

б) $x^2 - 6x + 14 = 0$; г) $x^2 + 4x - 7 = 0$.

Упражнения для повторения

1. Пусть n — целое число. Назовите выражение, соответствующее:

а) сумме двух последовательных целых чисел;

б) произведению двух последовательных целых чисел.

2. Пусть n — натуральное число. Назовите выражение, соответствующее:

а) сумме двух последовательных чётных чисел;

б) произведению двух последовательных нечётных чисел.

3. Определите, к какому числу: 2 или 3 — ближе число $\sqrt{5}$.

4. Вычислите:

а) $2\sqrt{0,0025}$; б) $30\sqrt{0,09}$; в) $\sqrt{6400} - \sqrt{3 \cdot 12}$; г) $\sqrt{17 + 4 \cdot 8}$.

5. Найдите значение выражения $4x^2 - 1$ при:

а) $x = -1$; б) $x = \frac{1}{4}$; в) $x = 2\sqrt{2}$.

3.4. Решение задач

Упражнения по теме

1. Прочитайте задачу:

«Площадь участка прямоугольной формы равна 119 м^2 . Его длина больше ширины на 10 м. Определите размеры участка».

Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена ширина участка (в метрах).

1) $x(x - 10) = 119$

3) $x(x + 10) = 119$

2) $2x + 2(x + 10) = 119$

4) $2x + 2(x - 10) = 119$

2. Прочитайте задачу:

«Площадь участка в форме прямоугольного треугольника равна 30 м^2 . Один катет больше другого на 7 м. Найдите стороны этого участка».

Для решения данной задачи можно составить разные уравнения. Выберите подходящее из приведённых ниже, если:

а) буквой x (м) обозначить меньший катет;

б) буквой x (м) обозначить больший катет.

1) $x(x - 7) = 30$

4) $x(x + 7) = 30$

2) $x + (x - 7) = 30$

5) $x(x + 7) = 60$

3) $x(x - 7) = 60$

6) $x + (x + 7) = 30$

3. Прочитайте задачу:

«Лист бумаги имеет форму прямоугольника, площадь которого 300 см^2 . Когда от него отрезали полосу шириной 5 см, остался кусок листа в форме квадрата. Найдите первоначальные размеры листа бумаги».

Для решения данной задачи можно составить разные уравнения. Воспользуйтесь рисунком 13, а, б. Соотнесите каждый рисунок с соответствующим уравнением.

1) $x^2 + 5x + 300 = 0$

3) $x^2 + 5x - 300 = 0$

2) $x^2 - 5x - 300 = 0$

4) $x^2 - 5x + 300 = 0$

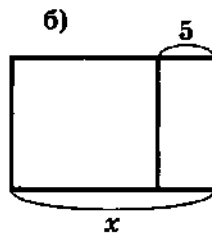
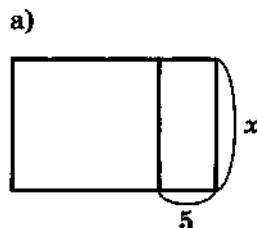


Рис. 13

Упражнения для повторения

1. Каждому уравнению:

- а) $x^2 = 16$; в) $x^2 = 1$; д) $x^2 = -1$;
б) $x^2 = 3$; г) $x^2 = -9$; е) $x^2 = 32$ —

поставьте в соответствие утверждение о его корнях:

- 1) имеет два рациональных корня
2) имеет два иррациональных корня
3) не имеет корней

2. Какие из данных выражений равны $\sqrt{\frac{4}{75}}$?

- 1) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{3}}$ 2) $\frac{2}{5\sqrt{3}}$ 3) $\frac{4}{5\sqrt{3}}$ 4) $\frac{2\sqrt{3}}{15}$

3. Среди данных чисел есть рациональные. Какие это числа?

- 1) $\sqrt{0,009}$ 3) $\sqrt{100}$ 5) $\sqrt{1000}$
2) $\sqrt{0,01}$ 4) $\sqrt{900}$ 6) $\sqrt{90\,000}$

4. Назовите в порядке возрастания числа:

- а) 4; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{15}$; б) $2\sqrt{3}$; 3; $\sqrt{10}$.

3.5. Неполные квадратные уравнения

Упражнения по теме

1. Решите уравнение:

- а) $x^2 + 4x = 0$; б) $x - x^2 = 0$; в) $2x^2 = 8x$; г) $-3x^2 - 9x = 0$.

2. Решите уравнение:

- а) $4x^2 = 64$; б) $50 - 2x^2 = 0$; в) $-2x^2 + 8 = 0$; г) $-1 + x^2 = 0$.

3. Для каждого уравнения определите, имеет ли оно корни.

- 1) $4x^2 + 3x = 0$ 4) $100x^2 = 4$ 7) $2x^2 + 18 = 0$
2) $7x - 5x^2 = 0$ 5) $x^2 - 2 = 0$ 8) $x^2 = 0$
3) $27 + 3x^2 = 0$ 6) $6 - 2x^2 = 0$ 9) $\sqrt{2}x^2 - 1 = 0$

4. Каждому уравнению:

- а) $x^2 = 16$; в) $x^2 - 1 = 0$; д) $9 - x^2 = 0$; ж) $x^2 + 1 = 0$;
б) $x^2 = -9$; г) $25 + x^2 = 0$; е) $x^2 = 32$; з) $x^2 - 25 = 0$ —

поставьте в соответствие утверждение о его корнях:

- 1) имеет два рациональных корня
2) имеет два иррациональных корня
3) не имеет корней

Упражнения для повторения

1. По дискриминанту квадратного уравнения определите, имеет корни или не имеет корней уравнение:

а) $x^2 - 2x - 2 = 0$;

в) $x^2 - x - 1 = 0$;

б) $x^2 + 6x + 9 = 0$;

г) $x^2 - 2x + 2 = 0$.

2. Определите, имеет ли корни уравнение, и если имеет, то сколько:

а) $3x^2 - 5x + 3 = 0$;

в) $2x^2 - 5x + 2 = 0$;

б) $3x^2 + 3x + 1 = 0$;

г) $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

3. Прочитайте задачу:

«Площадь участка земли прямоугольной формы равна 77 м^2 . Участок разделили на две части, одна из которых представляет собой квадрат, а другая — прямоугольник длиной 4 м и шириной, равной стороне квадрата. Найдите сторону участка, имеющего форму квадрата».

Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена сторона квадрата (в метрах).

1) $(x + 4)^2 = 77$

3) $2x + 2(x + 4) = 77$

2) $x^2 + 4x = 77$

4) $77 - x^2 + 4x = 0$

4. 1) Назовите число:

а) противоположное числу 15;

б) обратное числу 15.

2) Назовите число, противоположное сумме данных чисел, и число, равное их произведению:

а) -7 и -8;

б) -3 и 6;

в) -9 и 1;

г) 7 и -2.

5. Какие из данных выражений равны $\sqrt{\frac{5}{48}}$?

1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16} \cdot \sqrt{3}}$

2) $\frac{\sqrt{15}}{12}$

3) $\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}}$

4) $\frac{\sqrt{5}}{8}$

3.6. Теорема Виета

Упражнения по теме

1. Каждому уравнению:

а) $x^2 + 4x - 21 = 0$;

в) $x^2 + 10x + 21 = 0$;

б) $x^2 - 4x - 21 = 0$;

г) $x^2 - 10x + 21 = 0$ —

поставьте в соответствие его корни:

1) 3 и 7

2) -3 и 7

3) -7 и -3

4) -7 и 3

2. Каждому уравнению:

а) $6x^2 - 7x + 2 = 0$;

в) $6x^2 + x - 2 = 0$;

б) $6x^2 + 7x + 2 = 0$;

г) $6x^2 - x - 2 = 0$ —

поставьте в соответствие его корни:

1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$

2) $-\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{2}$

3) $-\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$

4) $-\frac{2}{3}$ и $-\frac{1}{2}$

3. Каждое из данных уравнений имеет корни одинаковых знаков. Определите, положительные или отрицательные корни имеет уравнение.

1) $x^2 + 10x + 24 = 0$

4) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

2) $x^2 - 11x + 30 = 0$

5) $6x^2 + 7x + 2 = 0$

3) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

6) $x^2 - 2,5x + 1 = 0$

Подсказка. Воспользуйтесь теоремой Виета.

4. Каждое уравнение имеет корни разных знаков. Для каких уравнений положительный корень уравнения по модулю больше отрицательного?

1) $x^2 - x - 7 = 0$

4) $x^2 - 6x - 7 = 0$

2) $x^2 + 2x - 24 = 0$

5) $x^2 - 3x - 10 = 0$

3) $x^2 + 7x - 8 = 0$

6) $x^2 + 5x - 1 = 0$

5. Составьте приведённое квадратное уравнение, если известны его корни:

а) 1 и 4;

б) -1 и 4;

в) -2 и -3;

г) -3 и 2.

Упражнения для повторения

1. Разложите на множители:

а) $3xy^2 - 6xy$;

в) $2a^3 - 18a$;

д) $3c^2 - 6cx + 3x^2$;

б) $4a^2 - 1$;

г) $1 + 4x + 4x^2$;

е) $5a^2b - 20b$.

2. Сократите дробь:

а) $\frac{ax + 2x}{ax}$;

б) $\frac{b + 1}{1 - b^2}$;

в) $\frac{xy - 5y}{x^2 - 25}$;

г) $\frac{5a - 10}{a^2 - 4}$.

3. При каком из указанных значений x выражение $\sqrt{5 - 2x}$ не имеет смысла?

1) при $x = -2$

2) при $x = 0$

3) при $x = 2,5$

4) при $x = 3$

4. При каких значениях переменной x не имеет смысла выражение:

а) $\frac{x - 1}{4 - x^2}$;

б) $\frac{x - 3}{x^4 - 1}$;

в) $\frac{x}{x^2 - 3}$;

г) $\frac{x - 2}{x(x + 2)}$?

3.7. Разложение квадратного трёхчлена на множители

Упражнения по теме

1. Какие из данных многочленов являются квадратными трёхчленами?

1) $3x^2 + x - 2$

3) $3x + 1$

5) $18 - 5x^2$

2) $3x^2(1 - x)$

4) $3x^2 + 2x$

6) $10 + 3x - x^2$

2. Какие из данных квадратных трёхчленов можно разложить на множители?

1) $x^2 + 7x + 12$

3) $x^2 + 2x + 4$

5) $x^2 - x - 6$

2) $x^2 + 3x - 4$

4) $x^2 - 6x + 10$

6) $x^2 - 6x + 5$

3. Какие из данных произведений являются разложением на множители квадратного трёхчлена $21 + 4x - x^2$?

1) $-(x - 7)(x + 3)$

3) $-(x + 7)(x - 3)$

2) $(x - 7)(x + 3)$

4) $(7 - x)(x + 3)$

4. Сократите каждую из четырёх данных дробей.

1) $\frac{a^2 + 12a + 20}{a^2 - 4}$

3) $\frac{a^2 - 12a + 20}{a^2 - 4}$

2) $\frac{a^2 - 8a - 20}{a^2 - 4}$

4) $\frac{a^2 + 8a - 20}{a^2 - 4}$

Упражнения для повторения

1. При каких значениях переменной x не имеет смысла дробь:

а) $\frac{x + 3}{x^2 - 3x + 2}$;

б) $\frac{x + 3}{x^2 - x - 2}$;

в) $\frac{x + 3}{x^2 + x - 2}$;

г) $\frac{x + 3}{x^2 + 3x + 2}$?

2. Из данной формулы выразите переменную a :

а) $P = 2(a + b)$;

б) $V = a^3$;

в) $c^2 = a^2 + b^2$;

г) $y = ab + c$.

3. Составьте приведённое квадратное уравнение, если известны его корни:

а) -2 и 7 ;

б) 3 и 5 ;

в) -2 и 4 ;

г) -1 и -6 .

Глава 4. Системы уравнений

4.1. Линейное уравнение с двумя переменными

Упражнения по теме

1. Какие из данных уравнений являются линейными?

1) $2xy + 3y = 4$

3) $5x - y = 0$

5) $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$

2) $x - 2y = 5$

4) $x^2 + 3y = 2$

6) $3x + 2y - 7 = 0$

2. Какие из утверждений являются верными? Неверное утверждение переформулируйте так, чтобы оно стало верным.

1) пара чисел (1; 2) является решением уравнения с двумя переменными $3(y - x) = (x + y)$

2) пара чисел (2; 1) не является решением уравнения с двумя переменными $3(y - x) = (x + y)$

3) пара чисел (5; 0,5) не является решением линейного уравнения с двумя переменными $x + 6y = 8$

4) пара чисел (1; 0,5) является решением линейного уравнения с двумя переменными $x + 6y = 4$

5) пара чисел (0,5; 1) является решением линейного уравнения с двумя переменными $4x - 3y = 1$

3. Выразите переменную y через x и найдите какое-нибудь решение уравнения:

а) $x + y = 1$;

в) $x - y - 2 = 0$;

б) $0,5x + y = 1$;

г) $4x + 2y = 0$.

4. Выразите переменную x через y и найдите какое-нибудь решение уравнения:

а) $x - y - 1 = 0$;

в) $x + y - 2 = 0$;

б) $2x + y = 4$;

г) $0,5x - y = 2$.

Упражнения для повторения

1. Установите соответствие между прямыми, изображёнными на координатной плоскости (рис. 14), и их описанием на алгебраическом языке.

1) $x = 1,5$

2) $y = 1,5$

3) $x = -2,5$

4) $y = -2,5$

2. На координатной плоскости изображена прямая $y = -\frac{3}{2}x - 3$ (рис. 15).

Какие из данных точек:

$A(0; -3)$, $B(-3; 0)$, $C(0; -2)$, $K(-2; 0)$, $M(-4; 3)$, $P(2; -6)$ — принадлежат этой прямой?

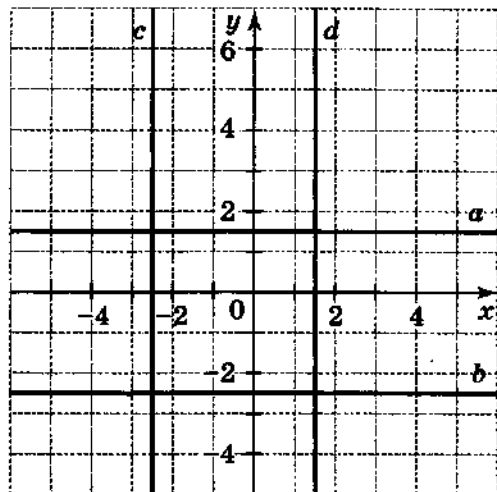


Рис. 14

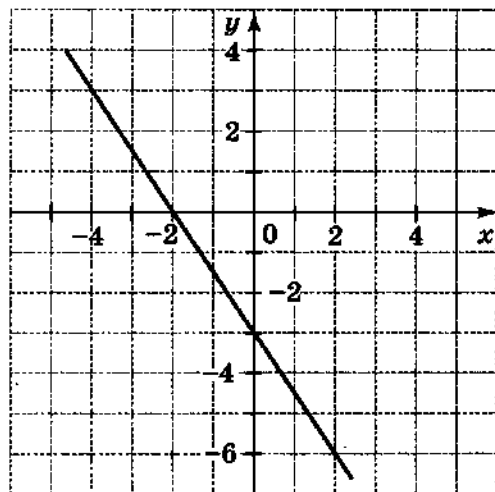


Рис. 15

3. Для каких квадратных трёхчленов число 1 является корнем?

- 1) $-x^2 + 5x - 4$ 3) $-5x^2 - 2x + 3$
 2) $7x^2 - 6x - 1$ 4) $0,5x^2 - 7x + 6,5$

4. Какой из данных квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

- 1) $x^2 - 4x + 2$ 3) $x^2 - 4x + 4$
 2) $x^2 - 4x + 3$ 4) $x^2 - 4x + 5$

4.2. График линейного уравнения с двумя переменными

Упражнения по теме

1. На рисунке 16 изображён график линейного уравнения $3x - 2y + 6 = 0$. Найдите с помощью графика несколько решений этого уравнения, составленных из целых чисел. Проверьте подстановкой.

2. Для какого из уравнений: $\frac{2}{x} + y = 3$ или $\frac{x}{2} + y = 3$ — графиком является прямая $ax + by = c$? Назовите коэффициенты a , b и c в уравнении прямой.

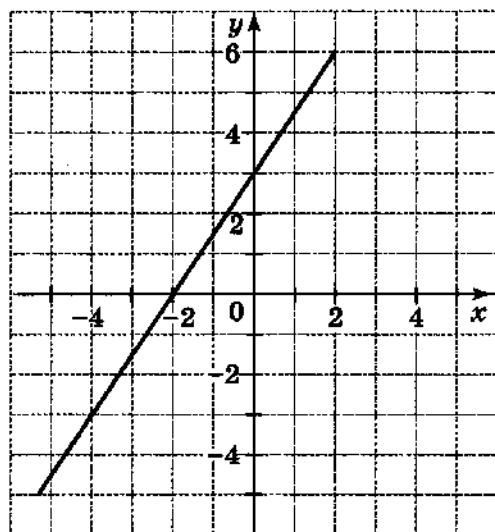


Рис. 16

3. Для каких уравнений графиком является прямая?

- 1) $xy = 1$ 3) $x + \frac{y}{2} = 3$ 5) $10x - 5y = 1$
 2) $\frac{1}{x} + y = 2$ 4) $\frac{x-y}{5} = 5$ 6) $1 - 2x + 3y = 0$

4. Графики каких нелинейных уравнений вам знакомы? Постарайтесь назвать линию, изображённую на рисунке 17, а—в, и соотнести её с соответствующим уравнением.

- 1) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $x^2 + y^2 = 4$ 3) $x^3 + y^3 - 3xy = 0$

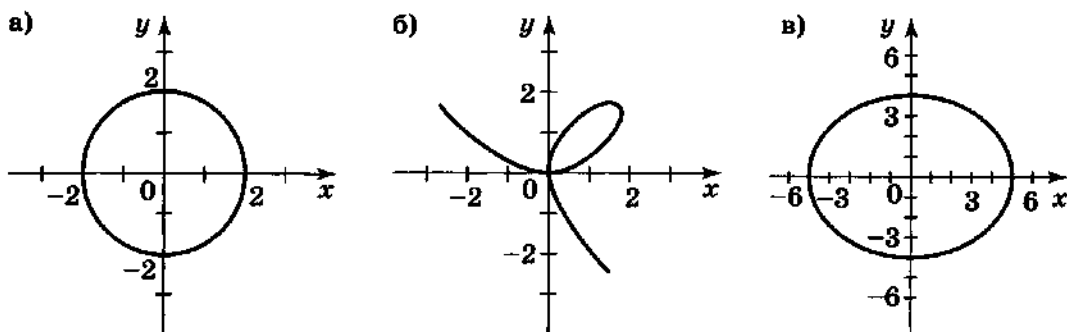


Рис. 17

5. Чему равны координаты точек пересечения прямой

$$x - 2y + 8 = 0$$

с осями координат? Объясните ответ.

6. Поставьте в соответствие каждому уравнению его график (рис. 18).

- 1) $x - 3 = 0$ 2) $y - 3 = 0$ 3) $x - y = 0$ 4) $3x + 2y = 0$

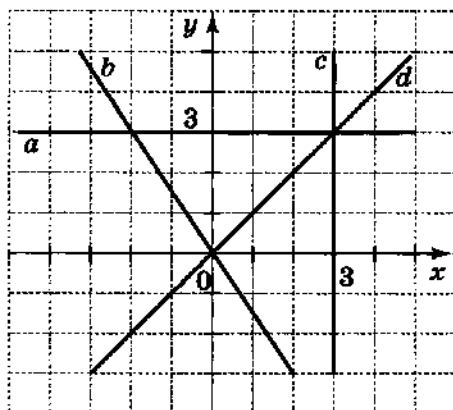


Рис. 18

Упражнения для повторения

1. На рисунке 19 график построен с помощью графиков зависимостей $y = x + 1$ и $y = -x + 5$. Опишите этот график.

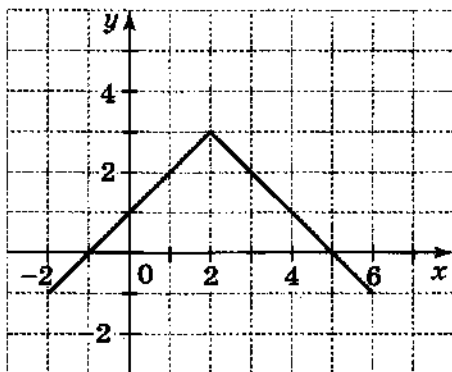


Рис. 19

2. Укажите допустимые значения переменной для дроби:

а) $\frac{c-5}{c^2}$; в) $\frac{n-2}{4}$;

б) $\frac{x}{3x-6}$; г) $\frac{a-3}{a+3}$.

3. Представьте в виде дроби выражение:

а) $\frac{1}{ab^3} + \frac{1}{a^3b}$; б) $\frac{a}{ab-b^2} - \frac{b}{a^2-ab}$.

4.3. Уравнение прямой вида $y = kx + l$

Упражнения по теме

1. Представьте уравнение прямой в виде $y = kx + l$ и назовите коэффициенты k и l :

а) $x + y = 6$; в) $x - y = 2$; д) $3y - 6 = 0$;
б) $-0,5x + y = 1$; г) $4x + 2y = 0$; е) $x = 2y$.

2. Назовите уравнение прямой $y = kx + l$ при указанных значениях k и l :

а) $k = 5$ и $l = 0$; в) $k = 1$ и $l = -1$;
б) $k = -1$ и $l = 3$; г) $k = 0$ и $l = 1$.

3. 1) Если две прямые заданы уравнениями, то как узнать, параллельны они или пересекаются?

2) Приведите пример прямой, параллельной прямой $y = -1,5x - 3$, и пример прямой, её пересекающей.

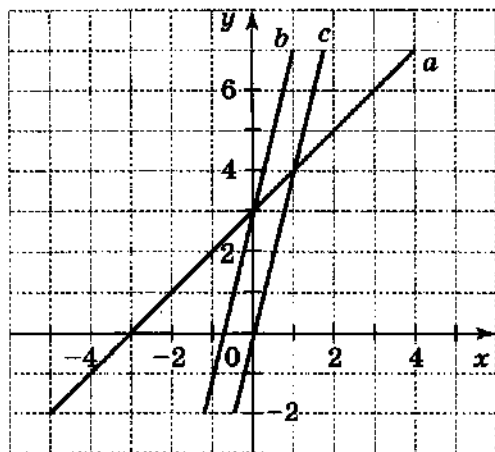


Рис. 20

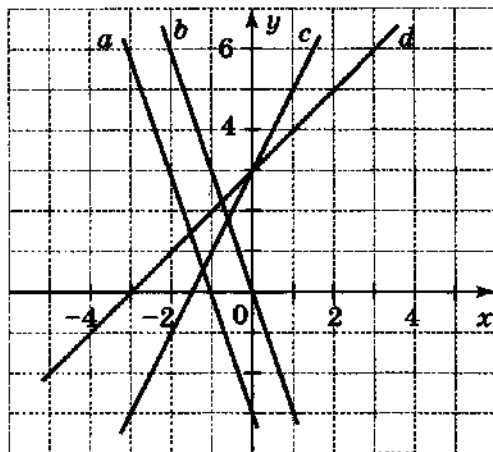


Рис. 21

4. Установите соответствие между прямыми a , b и c , изображёнными на координатной плоскости (рис. 20), с их описанием на алгебраическом языке.

- 1) $y = 4x$ 2) $y = 4x + 3$ 3) $y = x + 3$

Какие из данных прямых параллельны, а какие пересекаются?

5. Установите соответствие между прямыми a , b , c и d , изображёнными на координатной плоскости (рис. 21), с их описанием на алгебраическом языке.

- 1) $y = x + 3$ 2) $y = 2x + 3$ 3) $y = -3x - 3$ 4) $y = -3x$.

Какие из данных прямых параллельны, а какие пересекаются?

Упражнения для повторения

1. На координатной плоскости изображены три прямые: $y = x$, $y = -x$ и $y = -1,5x - 3$ (рис. 22). Из данных прямых выберите две: $y = -x$ и $y = -1,5x - 3$. Определите координаты точки, в которой они пересекаются.

- 1) (0; 0) 2) (6; -6) 3) (-1,2; -1,2) 4) (-6; 6)

2. Проверьте, принадлежит ли точка (6; -8) графику уравнения:

- а) $x + y = -2$; в) $2x + y = 4$;
б) $x - y = 12$; г) $x - 2y = 22$.

3. Представьте в виде дроби выражение:

- а) $1 - \frac{x}{3x-1}$; в) $x + \frac{x^2}{x+1}$;

- б) $\frac{2n}{n+1} - 2$; г) $y - \frac{xy}{1+x}$.

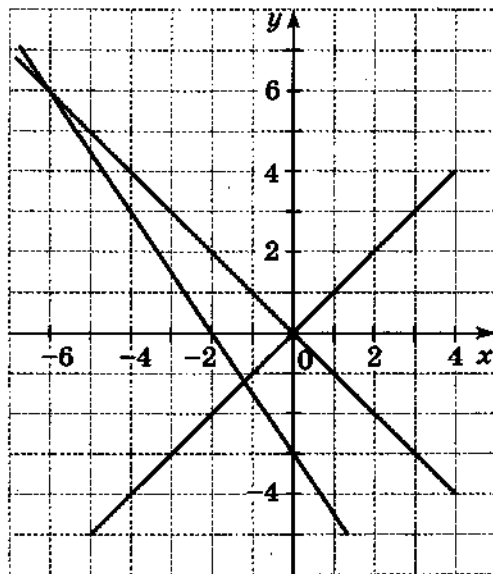


Рис. 22

4. Выполните действия:

а) $\frac{b^2}{a^2 - b^2} \cdot \frac{b + a}{b}$;

в) $axy \cdot \frac{x}{ay^2}$;

д) $\frac{a^2b}{c} : \frac{bc}{a}$;

б) $\frac{a^2b}{3c} \cdot \frac{c^2}{ab}$;

г) $\frac{k}{6m} \cdot 3k^2m$;

е) $\frac{n}{n+1} : \frac{k}{n^2+n}$.

4.4. Системы уравнений.

Решение систем способом сложения

Упражнения по теме

1. Назовите два способа определения координат точки пересечения прямых $x - y = 3$ и $x + 3y = -1$.

2. Какими могут быть первые шаги в решении системы уравнений способом сложения?

1) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x + y = 2 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

3. 1) Сколько решений может иметь система двух уравнений с двумя переменными?

2) Используя рисунок 23, на котором изображены три прямые:

$$y = 4x, \quad y = 4x + 3, \quad y = x + 3,$$

составьте систему уравнений:

- а) имеющую одно решение;
- б) имеющую бесконечное множество решений;
- в) не имеющую решения.

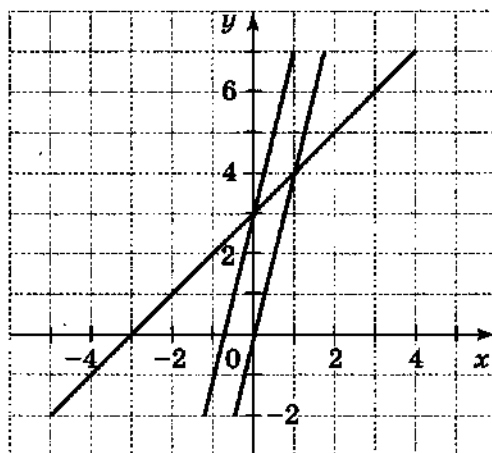


Рис. 23

4. Укажите системы уравнений, решением которых является пара чисел $(4; -1)$.

1) $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x - 6y = 10 \\ x + y = 4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$

5. Верно ли утверждение?

1) система уравнений $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = 4x + 5 \end{cases}$ имеет единственное решение

2) система уравнений $\begin{cases} y = -x - 1 \\ y = x + 2 \end{cases}$ не имеет решений

3) система уравнений $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ 2y = 4x + 10 \end{cases}$ имеет бесконечно много решений

4) система уравнений $\begin{cases} y = -x - 1 \\ y = -x + 2 \end{cases}$ не имеет решений

Упражнения для повторения

1. Выразите y через x из уравнения:

- а) $2x + y = 1$; в) $x - y = 4$;
б) $y - 3x = 2$; г) $-x - y = 3$.

2. Выразите x через y из уравнения:

- а) $x + y = 2$; в) $y - x = -3$;
б) $-y + x = 1$; г) $-x - 2y = 5$.

3. Является ли пара чисел $(-1; -1)$ решением системы уравнений:

- а) $\begin{cases} 7x - y + 6 = 0 \\ 4x - 5y - 1 = 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ 3x - 5y - 2 = 0 \end{cases}$

4.5. Решение систем уравнений способом подстановки

Упражнения по теме

1. Какую подстановку можно предложить для решения системы уравнений $\begin{cases} y - 3x = 0 \\ x - 2y + 10 = 0 \end{cases}$?

2. В какой координатной четверти находится точка пересечения прямых $x + y = 2$ и $3x + y = -6$?

Подсказка. Выразите из уравнения y через x .

3. С помощью графика уравнения $y = -x^2 - 4x$, изображённого на рисунке 24, решите систему уравнений:

- а) $\begin{cases} y = -x^2 - 4x \\ y = 3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = -x^2 - 4x \\ y = -x \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -x^2 - 4x \\ y = x + 4 \end{cases}$

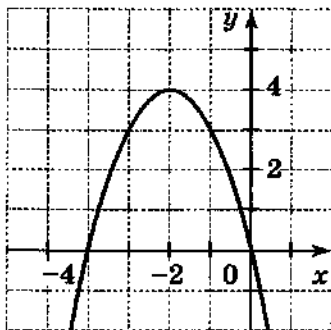


Рис. 24

4. С помощью изображённого на рисунке 25 графика уравнения $y = x^2 - x - 6$ решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} y = x^2 - x - 6 \\ y = -4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = x^2 - x - 6 \\ y = -6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} y = x^2 - x - 6 \\ y = x - 3. \end{cases}$

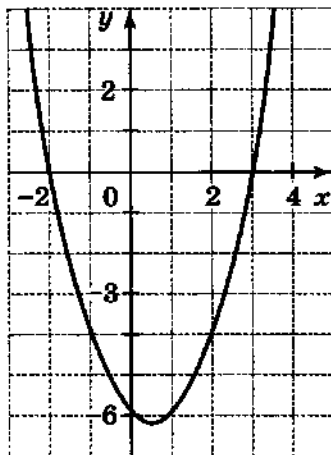


Рис. 25

5. Что представляет собой график уравнения $x^2 + y^2 = 25$? Назовите координаты точек его пересечения с осями координат.

6. Для каждой окружности укажите её уравнение:

а) окружность с центром в начале координат и радиусом 1;

б) окружность с центром в начале координат и радиусом 2;

в) окружность с центром в начале координат и радиусом $\sqrt{3}$.

1) $x^2 + y^2 = 4$ 2) $x^2 + y^2 = 3$ 3) $x^2 + y^2 = 1$

Упражнения для повторения

1. В овощном магазине купили x кг капусты, y кг свёклы и z кг моркови. Дайте словесное истолкование следующего уравнения:

а) $x = 2y$; в) $y = x + z$;

б) $x - y = 70$; г) $y = 2x - z$.

2. Для гимнастической секции купили a мячей, b скакалок, c обручей и d лент. Дайте словесное истолкование следующего уравнения:

а) $b = a + c$; в) $a = c - 5$;

б) $3b = d$; г) $d = \frac{a}{2}$.

3. Составьте уравнение по условию задачи:

а) Масса ведра с водой 11 кг. Известно, что ведро легче содержащейся в нём воды на 10 кг. Чему равна масса ведра?

б) Игрушка вместе с упаковкой стоит 420 р. Игрушка дороже упаковки в 6 раз. Сколько стоит упаковка?

4.6. Решение задач с помощью систем уравнений

Упражнения по теме

1. Дороги, соединяющие последовательно три села Озёрное, Горное и Каменку, образуют треугольник (рис. 26).

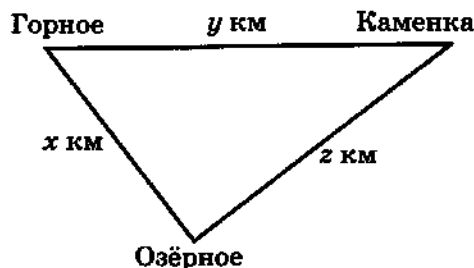


Рис. 26

Путь из Озёрного в Горное через Каменку на 6 км длиннее, чем прямой путь из Озёрного в Горное.

Путь из Озёрного в Каменку через Горное в 2 раза длиннее, чем прямой путь из Озёрного в Каменку.

Путь из Горного в Каменку через Озёрное равен 7 км.

Составьте систему уравнений для определения расстояния между каждым двумя посёлками.

2. Прочитайте задачу:

«Края ковра прямоугольной формы обработаны тесьмой, длина которой 20 м. Какие размеры имеет ковёр, если его площадь равна 24 м^2 ?»

Выберите систему уравнений, соответствующую условию задачи, если буквами x и y обозначены соответственно ширина и длина (в м) ковра.

1)
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ xy = 24 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 24 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 2(x + y) = 24 \\ xy = 20 \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x + y = 12 \\ xy = 20 \end{cases}$$

3. Составьте систему уравнений для решения задачи:

«В парке под аттракцион отвели участок прямоугольной формы площадью 720 м^2 . Длина ограждения этого участка 108 м. Найдите размеры участка».

Упражнения для повторения

1. Какое уравнение имеет биссектриса:

а) I и III координатных углов; б) II и IV координатных углов?

2. Точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ принадлежат графику прямой $y = -x$. Верно ли, что если $x_1 < x_2$, то $y_1 > y_2$?

3. Прямые заданы уравнениями:

а) $y = 0,3x$; б) $y = 0,3x - 3$; в) $y = 0,3x + 3$.

1) Чему равен угловой коэффициент каждой прямой?

2) В какой точке каждая прямая пересекает ординату?

3) Каково взаимное расположение этих прямых на плоскости?

4. Запишите уравнения прямых в виде $y = kx + l$.

1) $y - x = 3$;

2) $x + y - 1 = 0$;

3) $2x + y + 4 = 0$;

4) $2y - x - 5 = 0$.

Укажите координаты точек пересечения этих прямых с осями координат.

5. Назовите уравнение для графика, симметричного графику уравнения $y = 4x - 5$ относительно оси ординат.

6. Назовите уравнение для графика, симметричного графику уравнения $y = 2x - 4$ относительно оси абсцисс.

4.7. Задачи на координатной плоскости

Упражнения по теме

1. 1) Сформулируйте условие параллельности двух прямых, заданных уравнениями вида $y = k_1x + l_1$ и $y = k_2x + l_2$.

2) Дано уравнение прямой $y = -x + 2$. Назовите какое-нибудь уравнение прямой, которая параллельна данной.

2. Дано уравнение прямой $y = -2x + l$. Назовите какое-нибудь уравнение прямой, которая параллельна данной и проходит через точку:

а) $A(0; 4)$; б) $B(5; 0)$; в) $C(-1; 2)$.

3. Назовите какое-нибудь уравнение прямой, которая параллельна прямой $y = 5x$ и проходит через точку:

а) $K(0; 2)$; б) $M(2; 0)$; в) $P(1; 1)$.

Упражнения для повторения

1. Какие из следующих прямых отсутствуют на рисунке 27?

1) $y = x$

3) $y = 1$

5) $x = 1$

2) $y = -x$

4) $y = -1$

6) $x = -1$

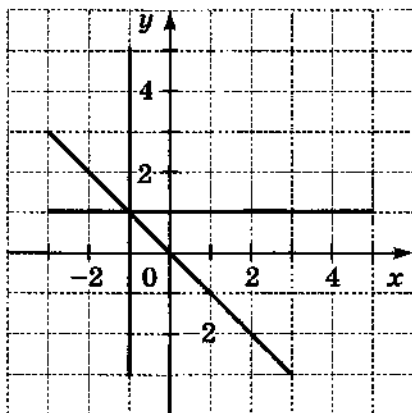


Рис. 27

2. Даны пары чисел:

1) $(-2; -6)$

2) $(2; 6)$

3) $(-6; -2)$

4) $(6; 2)$

Какие из них являются решением системы уравнений:

$$\begin{cases} xy = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

3. Какие из данных пар чисел являются решением системы уравнений:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x^2 + 8 \end{cases}$$

1) $(0; 2)$

2) $(-2; 0)$

3) $(-3; -1)$

4) $(2; 4)$

Глава 5. Функции

5.1. Чтение графиков

Упражнения по теме

1. На графике (рис. 28) показано изменение атмосферного давления в городе N с 1 по 21 августа. Укажите верные утверждения.

- 1) с 5 августа по 11 августа атмосферное давление было ниже 745 мм рт. ст.
- 2) 13 августа атмосферное давление было 750 мм рт. ст.
- 3) с 15 по 19 августа атмосферное давление повышалось
- 4) самое высокое давление было 15 августа

2. Автомобиль выехал из города A и приехал в город B . На рисунке 29 изображён график зависимости расстояния s , которое проехал автомобиль, от времени движения t . Укажите верные утверждения.

- 1) автомобиль сделал стоянку, проехав больше половины пути из города A в город B
- 2) на путь до стоянки автомобиль затратил больше времени, чем на путь после стоянки
- 3) в город B автомобиль приехал через 6 ч после выезда из города A
- 4) скорость движения автомобиля до стоянки была меньше его скорости после стоянки

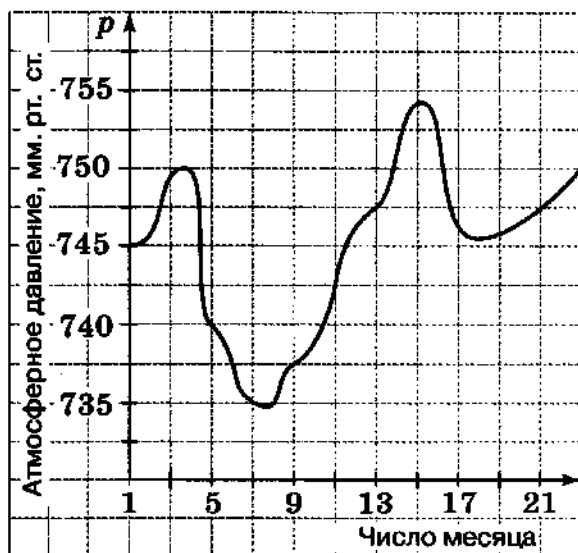


Рис. 28

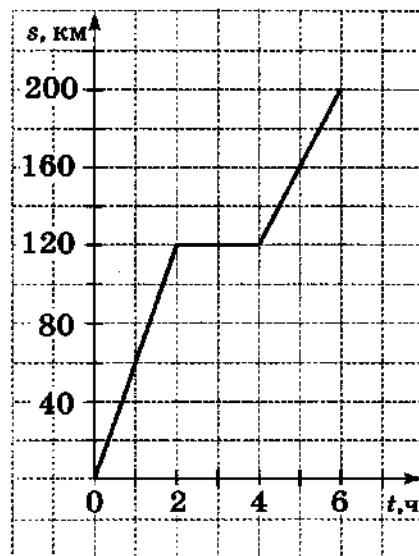


Рис. 29

3. По графику движения автомобиля, изображённому на рисунке 30, определите, на каком из промежутков времени скорость автомобиля была наибольшей.

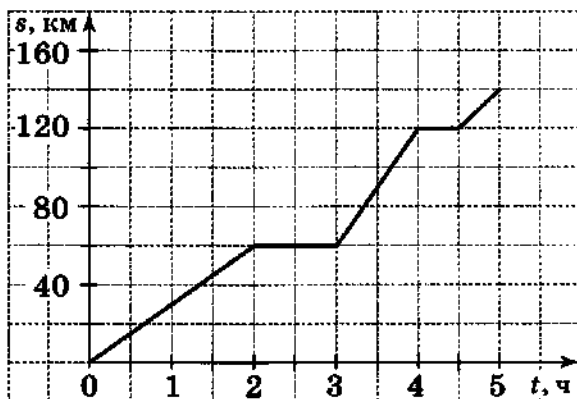


Рис. 30

4. Используя график изменения температуры воздуха в январе (рис. 31), определите, в какой промежуток месяца температура воздуха была не выше 0°C .

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 1) с 1 по 5 января | 3) с 5 по 31 января |
| 2) с 5 по 9 января | 4) с 16 по 31 января |

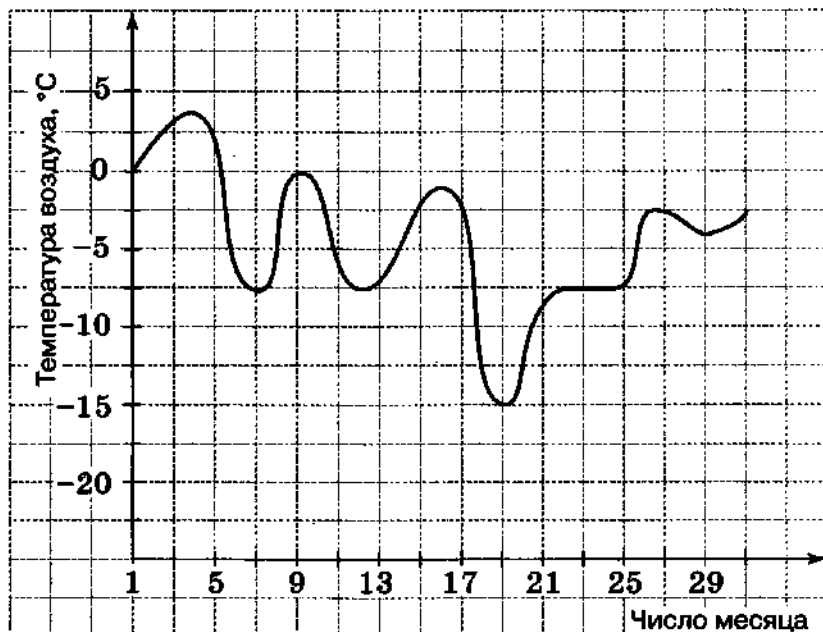


Рис. 31

Упражнения для повторения

1. Вода поступает в бассейн через трубу с постоянной скоростью 25 л/мин.

1) Выразите формулой зависимость объёма воды V (л) в бассейне от времени t (мин) работы трубы.

2) Объясните, почему зависимость объёма воды в бассейне от времени работы трубы при постоянной скорости поступления воды является прямой пропорциональностью.

2. Какие из данных утверждений верные?

1) длина окружности прямо пропорциональна её радиусу

2) площадь круга прямо пропорциональна его радиусу

3) сторона квадрата обратно пропорциональна его периметру

4) длина стороны правильного многоугольника обратно пропорциональна числу его сторон при постоянном периметре

5) зависимость площади квадрата от длины его стороны не является ни прямой, ни обратной пропорциональностью

6) величина одного из двух смежных углов обратно пропорциональна величине другого угла

3. 1) Если человек сделал n шагов за время t и длина его шага равна l , то по какой формуле можно вычислить скорость v , с которой он шёл?

2) Прочитайте предложение, заполнив пропуск оборотом речи «пропорциональна» или «обратно пропорциональна»:

а) скорость ходьбы человека ... длине его шага при постоянных времени движения и числе шагов;

б) скорость ходьбы человека ... числу шагов при постоянных времени движения и длине шага;

в) скорость ходьбы человека ... времени движения при постоянных длине шага и числе шагов.

5.2. Что такое функция

Упражнения по теме

1. 1) Задайте формулой зависимость площади круга S от его радиуса r .

2) Какая переменная в этом примере является функцией, а какая — аргументом?

3) Укажите область определения данной функции.

2. Прочитайте запись $f(x) = 6 - x$. Что означает запись $f(-2)$? Найдите $f(-2)$.

3. Дана функция $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. Укажите верные утверждения.

1) $f(3) = -1$ 2) $f(-2) = 0$ 3) $f(1) = 3$ 4) $f(0) < 0$

4. Даны функции $f(x) = x^2$ и $g(x) = x^3$. Сравните значения функций при данных значениях аргумента:

- а) $f(1)$ и $g(1)$; в) $f(-1)$ и $g(-1)$;
б) $f(2)$ и $g(2)$; г) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ и $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

5. 1) На примере функции $f(x) = \frac{1}{x-2}$ объясните, как находят область определения функции, заданной формулой.

2) Прочитайте текст, вставляя пропущенные слова:

- а) областью определения функции $\varphi(x) = \frac{2x}{x+8}$ является множество ...;
б) областью определения функции $f(x) = x^2$ является множество ...;
в) областью определения функции $g(x) = x^3$ является множество

6. Прочитайте текст, вставляя пропущенные слова:

- а) областью определения функции $\varphi(x) = \frac{5}{x^2 - 5x}$ является множество ...;
б) областью определения функции $g(x) = \frac{x}{1+x}$ является множество ...;
в) областью определения функции $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$ является множество

Упражнения для повторения

1. Рейсовый автобус преодолел путь из города A в город B и после стоянки вернулся обратно. На рисунке 32 изображён график движения автобуса. По графику определите, какие из данных утверждений верные.

- 1) скорость автобуса на пути из A в B была больше, чем на обратном пути
2) стоянка автобуса длилась 2 ч
3) на обратный путь автобус затратил на 1 ч меньше, чем на путь из A в B
4) расстояние между городами A и B равно 180 км

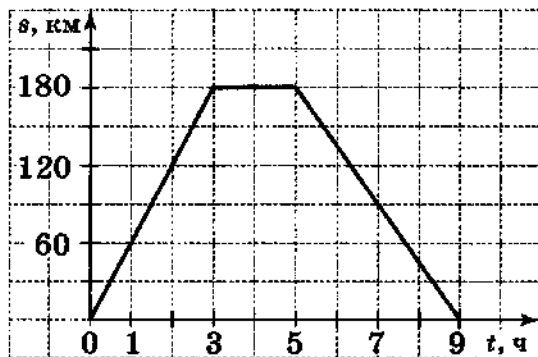


Рис. 32

2. Дана функция $f(x) = 4x^2 + x$.

1) Найдите $f(0)$; $f(1)$; $f(-1)$; $f\left(\frac{1}{4}\right)$.

2) Найдите значения аргумента, при которых функция принимает значения, равные 0.

3. На графике (рис. 33) показано изменение температуры воздуха в городе N с 14 по 30 июня. Укажите верное утверждение.

- 1) с 20 по 30 июня температура воздуха повышалась
- 2) после 20 июня температура воздуха стала ниже 25°C
- 3) 24 июня было холоднее, чем 22 июня
- 4) в данный промежуток месяца минимальная температура была 20°C

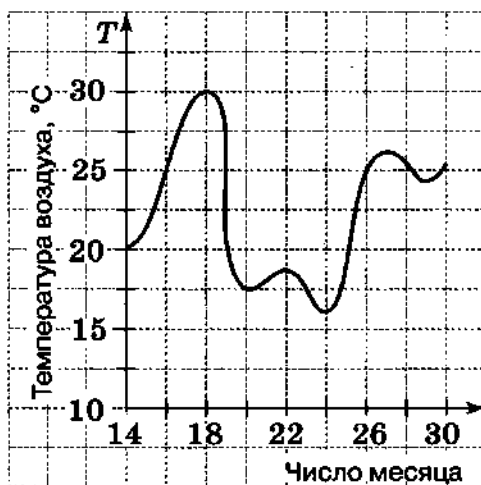


Рис. 33

5.3. График функции

Упражнения по теме

1. На рисунке 34 изображён график некоторой функции. Найдите по графику:

а) значение функции, соответствующее значению аргумента, равному -2 ; -1 ; 0 ; 2 ;

б) значения аргумента, при которых значение функции равно -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 .

2. Определите координаты точки, в которой график функции $y = \frac{2x - 8}{4}$ пересекает:

- а) ось абсцисс;
- б) ось ординат.

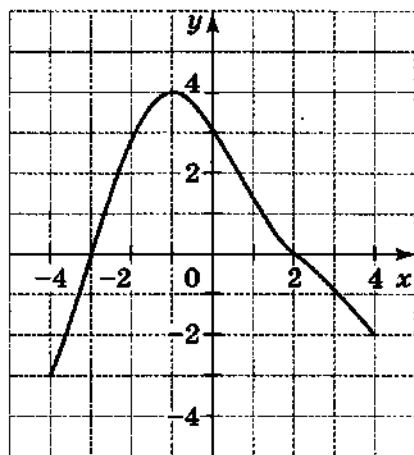


Рис. 34

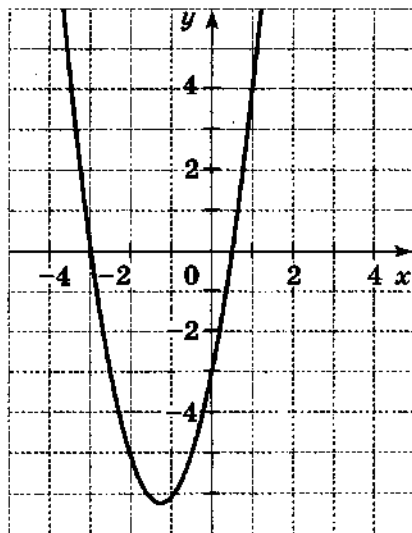


Рис. 35

3. Рассмотрите график функции $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$ (рис. 35) и ответьте на вопросы.

1) Чему равно значение функции при значении аргумента, равном -1 ?

2) В каких точках график функции пересекает ось x ?

3) В какой точке график функции пересекает ось y ?

4) При каком значении аргумента функция принимает значение, равное 4 ?

4. Определите, пересекает ли ось x график функции:

а) $y = x^2 - 4$; в) $y = x^2 - 2x + 1$;

б) $y = x^2 + 25$; г) $y = 2x - 10$.

5. Определите, проходит ли через начало координат график функции:

а) $y = -5x^2 + x$; б) $y = \frac{5}{x}$; в) $y = \frac{x}{x+5}$; г) $y = 5x - 5$.

Упражнения для повторения

1. Прочитайте текст, вставляя пропущенные слова:

а) областью определения функции $f(x) = x + 5$ является множество ...;

б) областью определения функции $\varphi(x) = \sqrt{x}$ является множество ...;

в) областью определения функции $g(x) = \frac{x}{2+x}$ является множество

2. Определите координаты точки, в которой график функции $y = \frac{3x - 6}{2}$ пересекает ось абсцисс.

3. Установите соответствие записи числовых промежутков в виде неравенств:

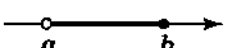
- а) $a \leq x \leq b$; в) $a < x < b$;
б) $a < x \leq b$; г) $a \leq x < b$ —

их обозначениям:

- 1) $[a; b]$ 2) $(a; b]$ 3) $[a; b]$ 4) $(a; b)$

Подсказка. Вспомните таблицу:

Числовые промежутки

Название	Изображение	Неравенство	Обозначение
Отрезок		$a \leq x \leq b$	$[a; b]$
Интервал		$a < x < b$	$(a; b)$
Полуинтервал		$a \leq x < b$	$[a; b)$
		$a < x \leq b$	$(a; b]$
Замкнутый луч		$x \geq a$	$[a; +\infty)$
		$x \leq b$	$(-\infty; b]$
Открытый луч		$x > a$	$(a; +\infty)$
		$x < b$	$(-\infty; b)$

4. Установите соответствие записи числовых промежутков в виде неравенств:

- а) $x \geq a$; б) $x \leq a$; в) $x > a$; г) $x < a$ —

их обозначениям:

- 1) $(-\infty; a)$ 2) $(a; +\infty)$ 3) $(-\infty; a]$ 4) $[a; +\infty)$

5.4. Свойства функций

Упражнения по теме

1. На рисунке 36 изображён график функции $y = f(x)$, областью определения которой является отрезок $[-3; 6]$. Используя график, ответьте на вопросы и выполните задания.

1) Есть ли у функции наименьшее или наибольшее значение и если есть, то чему оно равно? При каком значении аргумента функция принимает это значение?

2) Укажите нули функции.

3) Укажите промежутки, на которых функция принимает положительные значения; отрицательные значения.

4) Укажите промежутки, где функция возрастает; убывает.

2. На рисунке 37 изображён график функции $y = f(x)$. Областью определения функции является множество всех чисел. С помощью графика определите:

1) нули функции;

2) значения аргумента, при которых функция отрицательна;

3) промежутков, на котором функция убывает;

4) наибольшее значение функции.

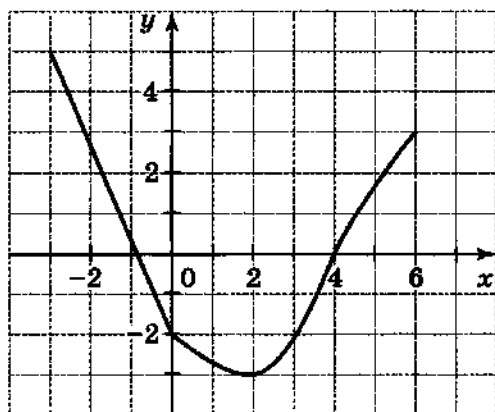


Рис. 36

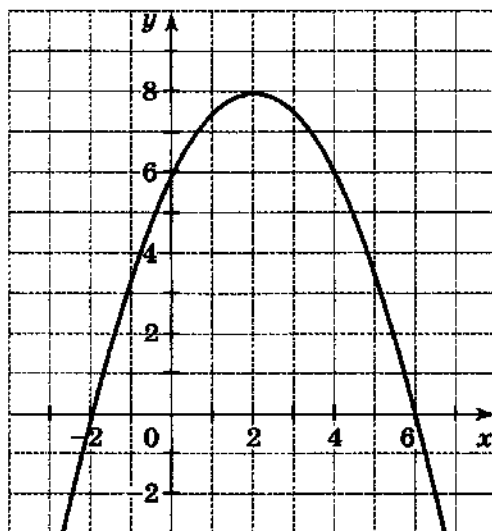


Рис. 37

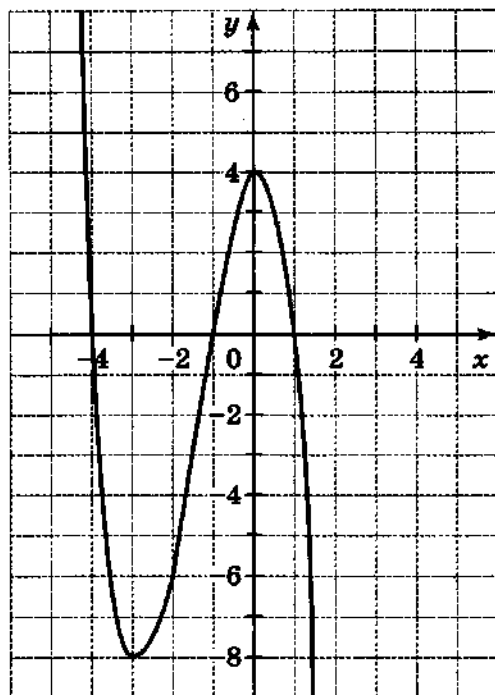


Рис. 38

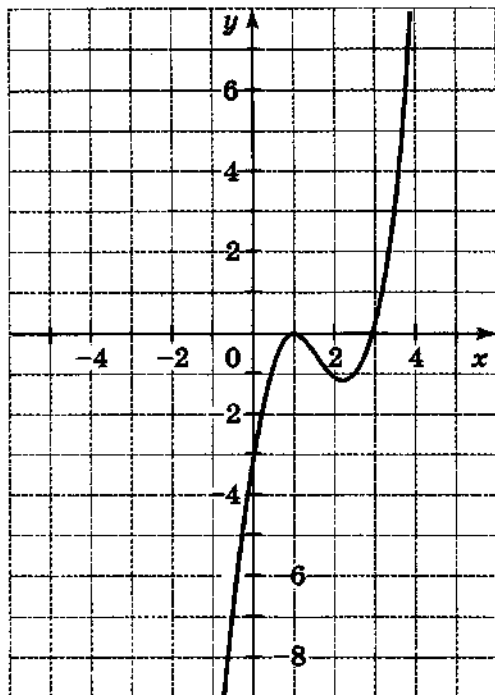


Рис. 39

3. На рисунке 38 изображён график функции $y = f(x)$. Областью определения функции является множество всех чисел. С помощью графика выберите верные утверждения.

- 1) значения функции положительны при $x < -4$ и $-1 < x < 1$
- 2) при значении аргумента, равном 0, значение функции равно 4
- 3) нули функции — это числа -4 , -1 и 1
- 4) на промежутке $-\infty < x < 0$ функция возрастает

4. На рисунке 39 изображён график функции $y = f(x)$. Областью определения функции является множество всех чисел. С помощью графика выберите верные утверждения.

- 1) $f(0) = -3$
- 2) функция убывает на промежутке $(-\infty; 3]$
- 3) на промежутках $(-\infty; 1)$ и $(1; 3)$ значения функции отрицательные
- 4) на промежутке $(3; +\infty)$ значения функции положительные
- 5) наибольшее значение функция принимает при $x = 1$

5. На рисунке 40 изображён график функции $y = f(x)$. Областью определения функции является множество всех чисел. С помощью графика выберите верные утверждения.

- 1) наименьшее значение функция принимает при $x = 1$
- 2) $f(x) < 0$ на промежутке $(-1; 3)$
- 3) $f(-1) < f(1)$
- 4) $f(0) = -8$
- 5) на промежутке $(-\infty; 1]$ функция убывает

Упражнения для повторения

1. Назовите функции, графики которых проходят через начало координат.

- | | |
|--------------------|------------------------|
| 1) $y = -3x^2 + 3$ | 4) $y = 3x - 3$ |
| 2) $y = x - 3x^2$ | 5) $y = \frac{x}{x-3}$ |
| 3) $y = 0,3x^3$ | 6) $y = \frac{3}{x}$ |

2. Дана функция $f(x) = 0,2x - 4$. Существует ли такое значение x , при котором:

- а) значение функции равно значению аргумента;
- б) значение функции противоположно значению аргумента?

3. Рассмотрите график функции

$$f(x) = x^4 + 3x^3 - 4x,$$

изображённый на рисунке 41, и ответьте на вопросы.

- 1) Чему равно значение функции при значении аргумента, равном -1 ?
- 2) В каких точках график функции пересекает ось x ?
- 3) В какой точке график функции пересекает ось y ?
- 4) При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения? отрицательные значения?

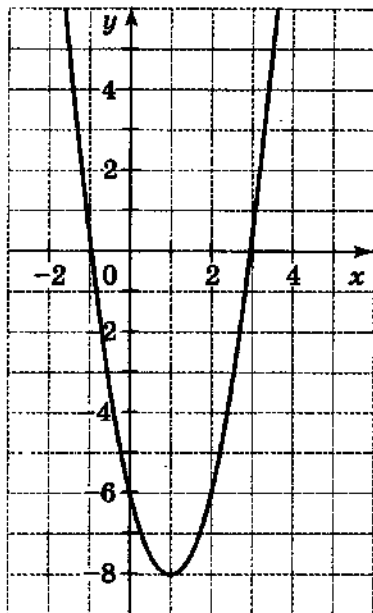


Рис. 40

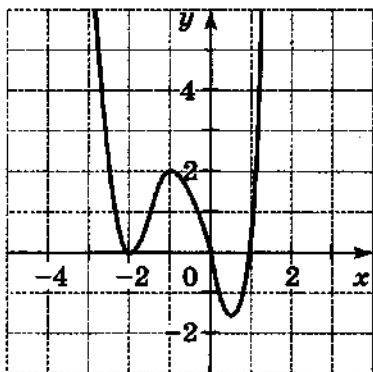


Рис. 41

5.5. Линейная функция

Упражнения по теме

1. Для каждой функции определите, является она возрастающей или убывающей.

- | | | |
|-----------------------|-------------------|-----------------------|
| 1) $y = -x + 8$ | 3) $y = 0,7x + 1$ | 5) $y = -\frac{x}{5}$ |
| 2) $y = \frac{1}{3}x$ | 4) $y = 3x - 3$ | 6) $y = -10x$ |

2. На рисунке 42 изображён график функции вида $y = kx + b$. Какое из утверждений о знаках коэффициентов k и b верно?

- 1) $k > 0, b > 0$ 3) $k < 0, b < 0$
 2) $k < 0, b > 0$ 4) $k > 0, b < 0$

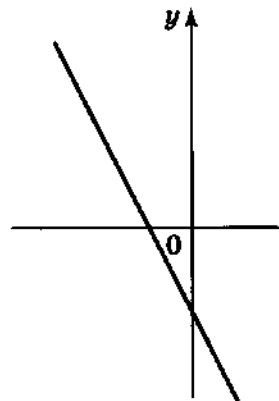


Рис. 42

3. Установите соответствие между графиками функций (рис. 43, а—г) и формулами, задающими эти функции.

- 1) $y = 2x$
 2) $y = -2x$
 3) $y = 2x - 3$
 4) $y = -2x - 3$

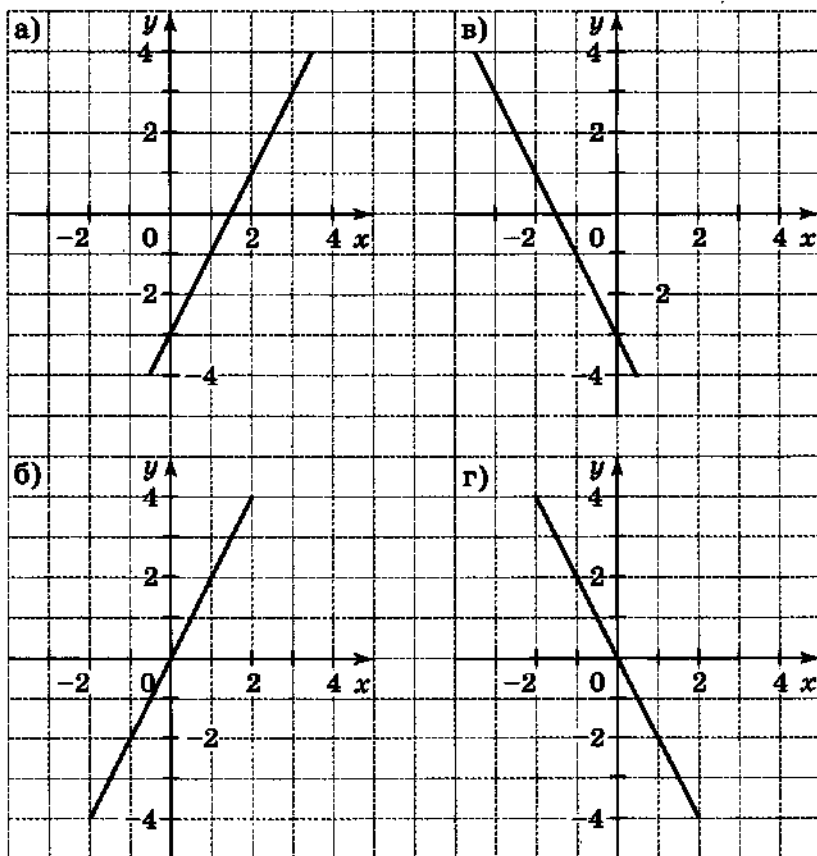


Рис. 43

4. Установите соответствие между прямыми a , b , c и d , изображёнными на координатной плоскости (рис. 44), и их описанием на алгебраическом языке.

- 1) $y = x - 2$
- 2) $y = 2x - 2$
- 3) $y = -2x - 2$
- 4) $y = -2x$

5. Рассмотрите изображённые на рисунке 45 графики функций

$$f(x) = 3x - 2 \text{ и } g(x) = 0,5x + 3.$$

Определите:

- 1) значения $f(0)$ и $g(0)$;
- 2) какое-нибудь значение x , при котором $f(x) < 0$;
- 3) значение x , при котором $f(x) = g(x)$;
- 4) промежуток, на котором $f(x) > 1$;
- 5) промежуток, на котором $g(x) > 1$;
- 6) промежуток, на котором $f(x) > g(x)$.

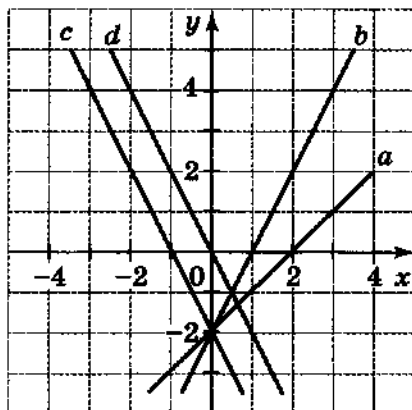


Рис. 44

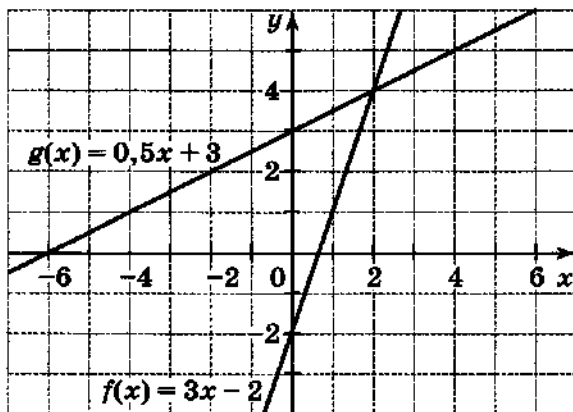


Рис. 45

6. Назовите уравнение прямой:

- а) проходящей через точку $(0; 4)$ и параллельной прямой $y = 3x$;
- б) проходящей через начало координат и параллельной прямой $y = -x - 8$;
- в) проходящей через точку $(0; -2)$ и параллельной прямой $y = -2x$.

Упражнения для повторения

1. На рисунке 46 изображён график функции $y = f(x)$. Областью определения функции является множество всех чисел. С помощью графика выберите верные утверждения.

- 1) нули функции — это числа -4 , -1 и 1
- 2) функция возрастает на промежутке $-\infty < x < 0$
- 3) значения функции положительны при $-4 < x < -1$ и $x > 1$
- 4) при значении аргумента, равном 0 , значение функции равно -4

2. На рисунке 47 изображён график функции $y = f(x)$. Областью определения функции является множество всех чисел. Рассмотрите график функции $y = f(x)$ и ответьте на вопросы.

1) На каких промежутках значения данной функции положительны? отрицательны?

2) На каких промежутках функция возрастает? убывает?

3. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-7; 4]$. Рассмотрите график функции $y = f(x)$ (рис. 48) и ответьте на вопросы.

1) На каких промежутках значения функции положительны? отрицательны?

2) На каких промежутках функция возрастает? убывает?

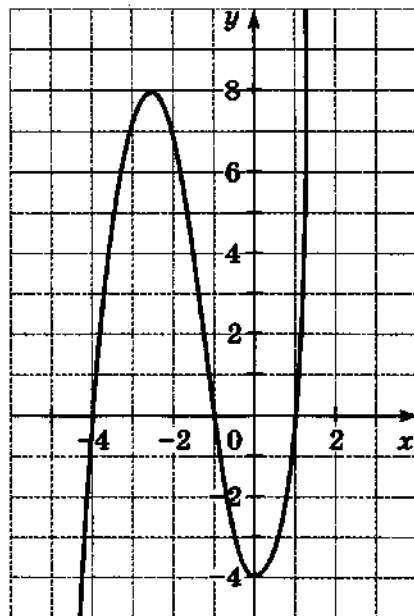


Рис. 46

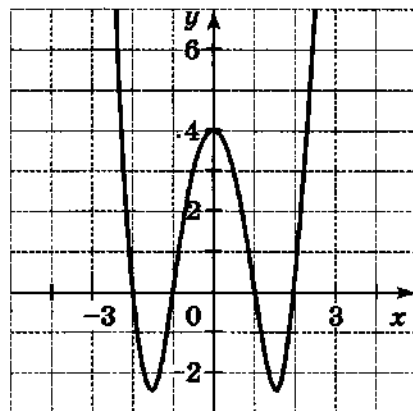


Рис. 47

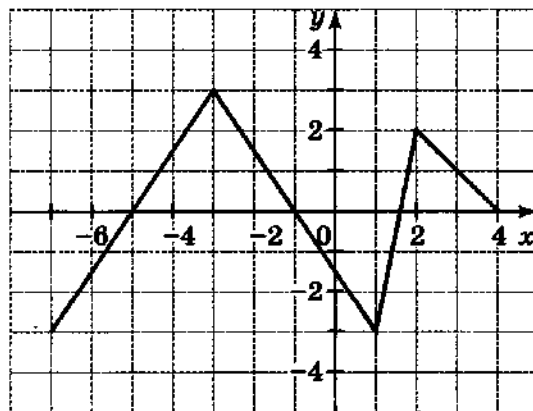


Рис. 48

5.6. Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

Упражнения по теме

1. Какая из функций, заданных формулами:

$$y = \frac{x}{3}, \quad y = \frac{3}{x^2}, \quad y = \frac{3}{x}, \quad y = 3 - x,$$

является обратной пропорциональностью? (Обоснуйте ответ.)

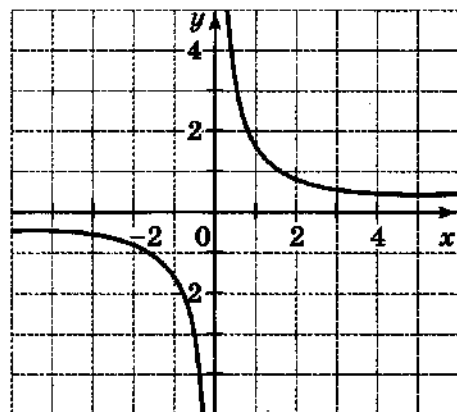


Рис. 49

2. Рассмотрите график функции $f(x) = \frac{1,5}{x}$ (рис. 49). Как называется этот график? Прочитайте текст, вставляя пропущенные слова:

Значения функции положительны на промежутке На промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ функция При значении аргумента, равном $-0,5$, функция принимает значение, равное

3. Укажите промежутки возрастания и убывания для функций $y = \frac{4}{x}$ и $y = -\frac{4}{x}$.

4. Каждую функцию, заданную формулой, соотнесите с её графиком (рис. 50):

а) $y = -2x$; б) $y = -\frac{x}{2}$; в) $y = \frac{1}{2}x$; г) $y = -\frac{2}{x}$.

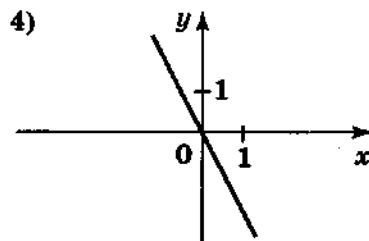
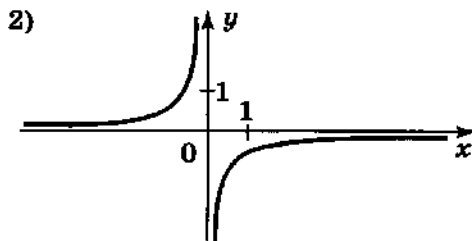
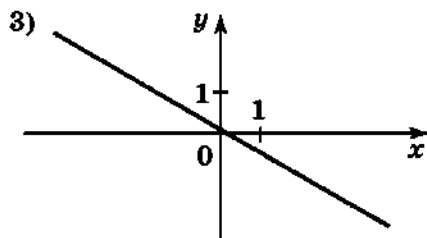
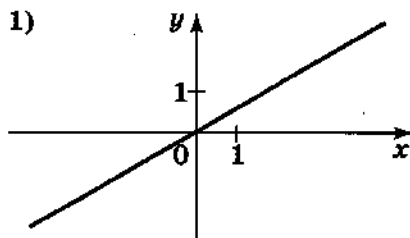


Рис. 50

5. На рисунке 51 изображён график функции $y = -\frac{2}{x}$. Определите, какие прямые пересекают график в двух точках.

- 1) $y = -2x$
- 2) $y = -2$
- 3) $y = 2x$
- 4) $y = -x + 2$

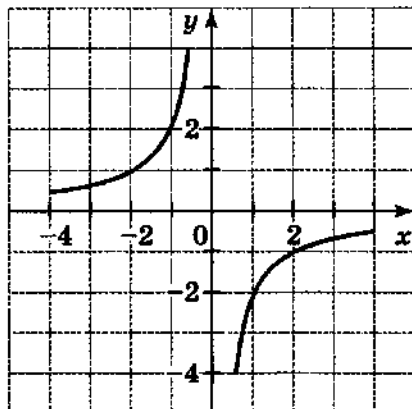


Рис. 51

1. Для каждой функции определите, возрастающей или убывающей она является:

- | | | |
|---------------------|-------------------------|-------------------|
| а) $y = 0,5x - 1$; | в) $y = x - 10$; | д) $y = -8x$; |
| б) $y = -x + 15$; | г) $y = \frac{1}{3}x$; | е) $y = 6 - 3x$. |

2. Установите соответствие между прямыми a , b и c , изображёнными на координатной плоскости (рис. 52), и их описанием на алгебраическом языке.

- 1) $y = 2x$ 2) $y = 0,5x$ 3) $y = -3x$

3. Установите соответствие между прямыми a , b и c , изображёнными на координатной плоскости (рис. 53), и их описанием на алгебраическом языке.

- 1) $y = 2x$
 2) $y = 2x + 1,5$
 3) $y = 0,5x + 1,5$

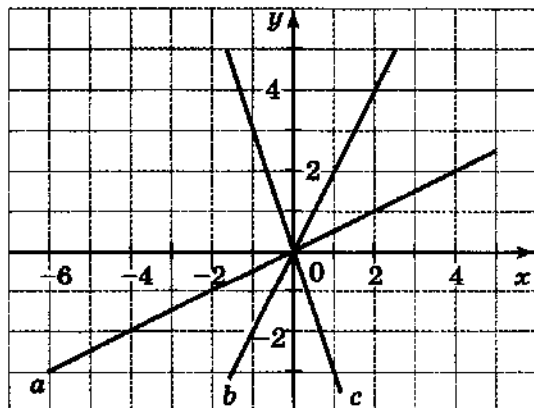


Рис. 52

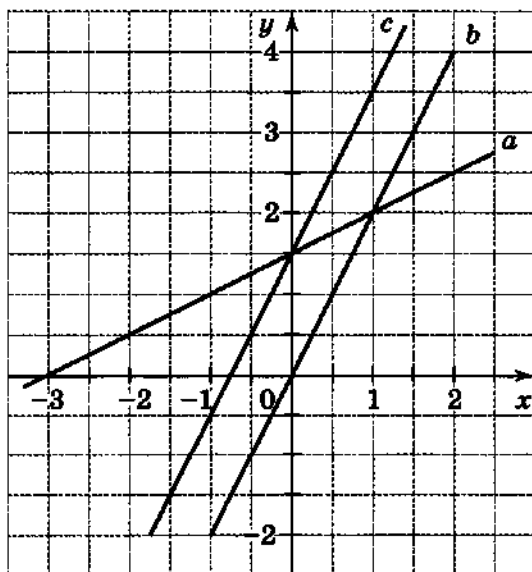
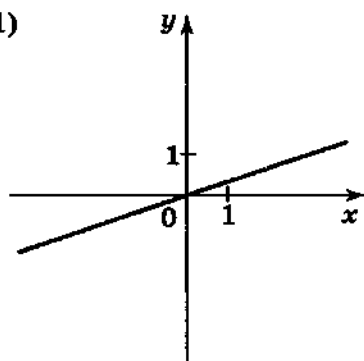


Рис. 53

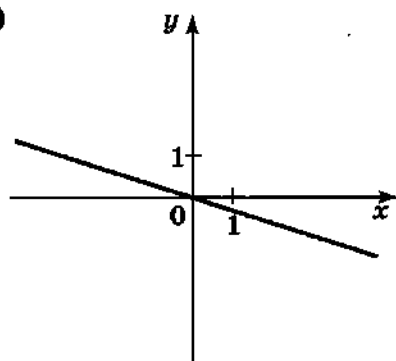
4. Каждой функции, заданной формулой, поставьте в соответствие её график (рис. 54):

а) $y = -3x$; б) $y = -\frac{x}{3}$; в) $y = \frac{1}{3}x$; г) $y = \frac{3}{x}$.

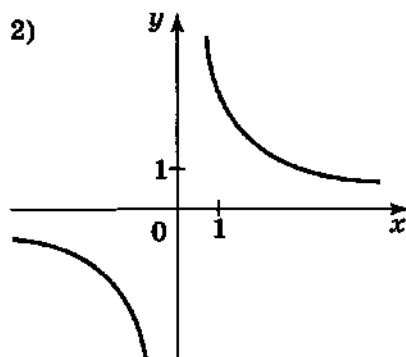
1)



3)



2)



4)

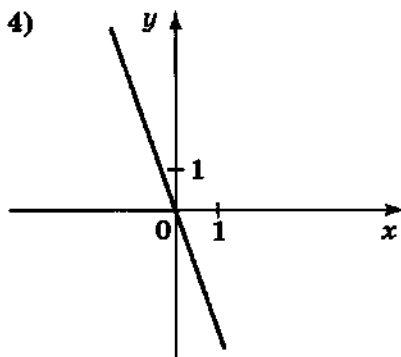


Рис. 54

Глава 6. Вероятность и статистика

6.1. Статистические характеристики

Упражнения по теме

1. В преysкyранте цен на негазированную воду (0,5 л) записан ряд данных (в р.): 18, 20, 22, 24, 26, 30. Проведите статистическую обработку этих данных, заполнив пропуски в утверждениях:

- 1) размах цен составляет ... р.
- 2) средняя цена (среднее арифметическое) равна ... р.
- 3) медиана цен равна ... р.

2. В таблице записано число занятий в танцклассе, которые посетила Юля в первые пять месяцев года.

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май
Число занятий	12	7	11	7	8

Найдите статистические характеристики данного ряда.

3. На диаграмме (рис. 55) показано, сколько книг прочитал каждый из пяти друзей в летнем лагере.

Определите по диаграмме, для кого из ребят справедливо утверждение.

- 1) он прочитал меньше всех книг
- 2) число книг, прочитанных им, равно медиане ряда данных
- 3) число книг, прочитанных им, на 2 меньше среднего арифметического ряда данных
- 4) число книг, прочитанных им, равно размаху ряда данных

4. В таблице даны рекомендуемые суточные нормы потребления (в г/сутки) жиров, белков и углеводов детьми от 1 года до 14 лет и взрослыми.

Вещество	Дети	Мужчины	Женщины
Жиры	40—97	70—154	60—102
Белки	36—87	65—117	58—87
Углеводы	170—420	257—586	

Верно ли утверждение?

- 1) среднее значение суточной нормы потребления жиров женщинами равно 42 г
- 2) размах суточной нормы потребления углеводов детьми от 1 года до 14 лет составляет 250 г

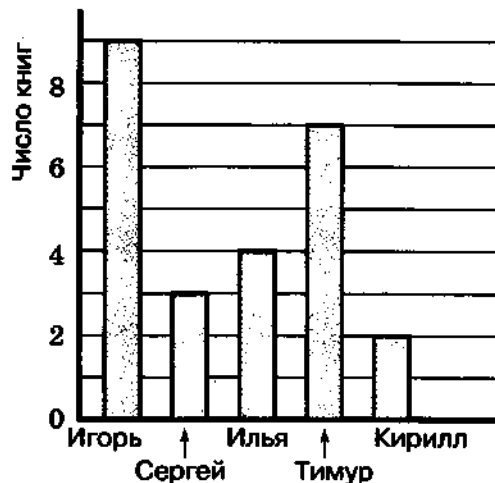


Рис. 55

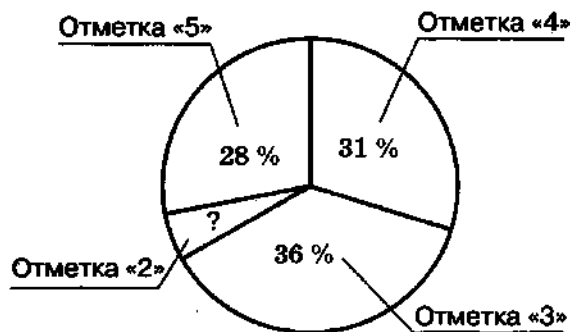


Рис. 56

3) среднее значение суточной нормы потребления белка мужчинами равно 91 г

4) размах суточной нормы потребления жиров мужчинами составляет 154 г

5. Результаты контрольной работы по алгебре учитель представил в виде круговой диаграммы (рис. 56).

Выберите отметку, которая является:

- модой данного ряда;
- медианой данного ряда.

Упражнения для повторения

1. Используя график движения автомобиля, изображённый на рисунке 57, укажите верные утверждения.

- до остановки автомобиль ехал со скоростью 40 км/ч
- автомобиль сделал в пути остановку на 1 ч
- за последние полчаса пути автомобиль проехал 20 км
- всего автомобиль проехал 200 км

2. Дана функция $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.

Укажите верные утверждения.

- $f(-3) = 0$
- $f(2) = -5$
- $f(0) > 0$
- $f(1) > f(-1)$

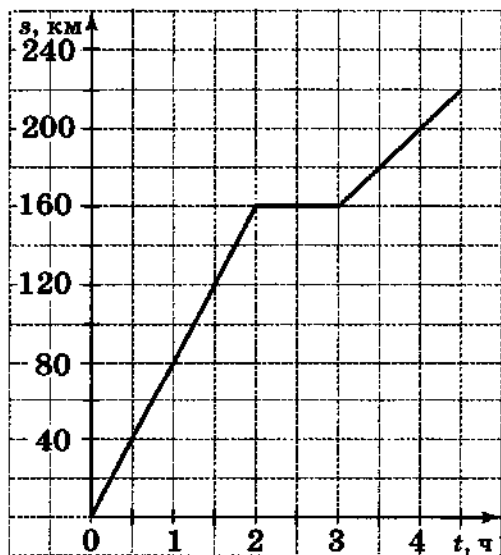


Рис. 57

3. Используя график функции $f(x) = -2x - 2$, изображённый на рисунке 58, ответьте на вопросы.

1) В каких четвертях расположен график этой функции?

2) Какова область определения данной функции?

3) При каких значениях аргумента значения функции больше нуля? меньше нуля? больше двух? меньше двух?

4. Известно, что значение функции $y = f(x)$ равно 0 при значениях аргумента, равных -3 и 2 . Какие из следующих высказываний верные?

1) при значении аргумента, равном 2, функция принимает значение, равное 0

2) график функции пересекает ось x в точках $(0; -3)$ и $(0; 2)$

3) график функции пересекает ось x в точках $(-3; 0)$ и $(2; 0)$

4) значение функции при $x = -3$ меньше значения функции при $x = 2$

5. Рассмотрите график функции $f(x) = \frac{1,5}{x}$ (рис. 59). С помощью графика выберите верные утверждения.

1) значения функции отрицательны на промежутке $(-\infty; 0)$

2) значения функции положительны на промежутке $(0; +\infty)$

3) область определения функции — множество всех чисел

4) функция убывает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$

6. На рисунке 60 изображён график функции $y = \frac{3}{x}$. Определите, какие прямые пересекают график функции $y = \frac{3}{x}$ в двух точках.

1) $y = 3x$

3) $y = x + 3$

2) $y = 3$

4) $y = -3x$

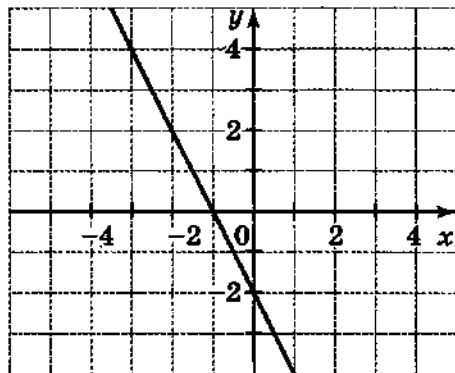


Рис. 58

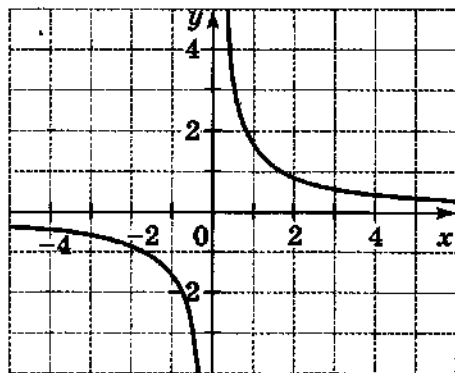


Рис. 59

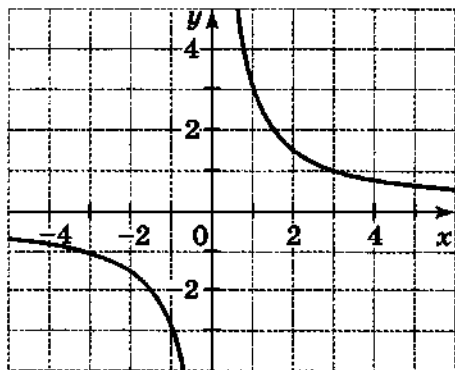


Рис. 60

6.2. Классическое определение вероятности

Упражнения по теме

1. В урне 9 белых и 6 чёрных шаров, одинаковых на ощупь. Не глядя, вынимают один шар. Какова вероятность вынуть чёрный шар?

2. Даша, Маша и Саша у доски решают задачи. Определите вероятность каждого события:

- А: Даша будет отвечать первой;
- В: Маша будет отвечать последней;
- С: Саша будет отвечать не первым;
- Д: Последний отвечающий — девочка.

3. В колоде 36 карт. Наугад вынимают одну карту. Определите вероятность каждого события:

- А: вынута шестёрка червей;
- В: вынута дама;
- С: вынута карта пиковой масти;
- Д: вынута карта старше десятки.

4. Бросают игральный кубик. Для каждого события назовите его вероятность:

- А: выпадет менее пяти очков;
- В: выпадет более четырёх очков;
- С: выпадет не более трёх очков.

5. Три слова: Я, ИДУ и ИСКАТЬ переставляют и случайным образом выкладывают в ряд. С какой вероятностью получится предложение Я ИДУ ИСКАТЬ?

6. В начале занятия кружка рисования по жребию выбирают дежурного. Сегодня занимаются 3 мальчика, 7 девочек и 15 взрослых. Какова вероятность, что это будет мальчик? девочка?

7. В ящике 2 красных и 2 синих мелка. Ученик, не глядя, вынимает два мелка.

- 1) Какова вероятность, что мелки будут одного цвета?
- 2) Какова вероятность, что мелки будут разного цвета?

Упражнения для повторения

1. Может ли быть рациональным числом квадратный корень:

- а) из натурального числа;
- б) из простого числа;
- в) из дробного числа?

2. $\sqrt{11} \approx 3,31662479$.

Какое число является более точным приближением $\sqrt{11}$:

- а) 3 или 4; в) 3,31 или 3,32;
б) 3,3 или 3,4; г) 3,316 или 3,317?

3. Из точек, отмеченных на координатной прямой (рис. 61), две точки соответствуют числам $\sqrt{60}$ и $\sqrt{68}$. Какие это точки?

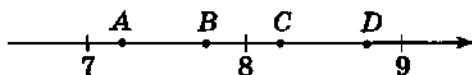


Рис. 61

4. Вычислите:

- а) $\sqrt{3^4}$; б) $\sqrt{5^4}$; в) $\sqrt{2^6}$; г) $\sqrt{3^6}$; д) $\sqrt{(-2)^8}$; е) $\sqrt{(-3)^8}$.

5. При каких значениях a справедливо равенство:

- а) $\sqrt{a^2} = a$; в) $\sqrt{a^2} = |a|$;
б) $\sqrt{a^2} = -a$; г) $\sqrt{a^2} = 0$?

6. При каких значениях x данное выражение не имеет смысла:

- а) $\sqrt{x-1}$; б) $\sqrt{1-x}$; в) $\sqrt{3x+6}$; г) $\sqrt{6-2x}$?

7. Дана функция $f(x) = 2x - 3$.

- 1) Определите значение функции при x , равном -1 ; 0 ; 1 .
- 2) Как изменится значение функции, если значение аргумента увеличить на единицу? на две единицы?

8. Решите уравнение:

- а) $15 - x^2 = 0$; в) $x^2 + 9x = 0$;
б) $4x^2 + 1 = 0$; г) $x - x^2 = 0$.

9. Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика функции:

- а) $y = 11x - 2,2$; б) $y = x^2 - 0,25$; в) $y = x^2 + x$.

Упражнения для повторения

курса алгебры 8 класса

Числа и вычисления

1. Вычислите:

а) 3^{-2} ; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; в) $(-2)^{-5}$; г) $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}$.

2. Расположите числа $\left(\frac{5}{3}\right)^{-3}$; $\left(\frac{3}{5}\right)^0$; $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ в порядке возрастания.

3. Для каждого числа назовите его запись в стандартном виде:

1) 90 000 2) 0,15 3) 0,0225 4) 0,00037

4. Выполните вычисления и назовите результат, представив его в десятичной записи:

а) $(1,5 \cdot 10^{-2}) \cdot (4 \cdot 10^3)$; в) $(5 \cdot 10^2) \cdot (1,2 \cdot 10^{-4})$;

б) $(3 \cdot 10^{-2}) \cdot (2 \cdot 10^{-1})$; г) $(7 \cdot 10^{-2}) : (1,4 \cdot 10^{-4})$.

5. Принадлежит ли число $-0,5$ данному множеству чисел? А число $\sqrt{2}$?

1) $(-1; 0)$ 3) $(-\infty; 2)$ 5) N 7) Q

2) $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ 4) $(-0,5; 1,5)$ 6) Z 8) R

6. Вычислите:

а) $\sqrt{81} - \sqrt{49}$; г) $\sqrt{0,49} \cdot \sqrt{100}$; ж) $\sqrt{1,44} : \sqrt{4}$;

б) $\sqrt{0,36} + \sqrt{0,09}$; д) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{0,01}$; з) $\sqrt{50 \cdot 8}$;

в) $\sqrt{121 \cdot 25}$; е) $\sqrt{100 \cdot 64 \cdot 16}$; и) $\sqrt{18 \cdot 50}$.

7. Сравните числа:

а) $2\sqrt{0,2}$ и $3\sqrt{0,2}$; в) $5\sqrt{5}$ и $2\sqrt{30}$;

б) $6\sqrt{3}$ и $5\sqrt{4}$; г) $7\sqrt{5}$ и $5\sqrt{7}$.

8. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$; в) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$; д) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$; ж) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$;

б) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$; г) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$; е) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$; з) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{300}}$.

9. Какое из приближённых равенств верно:

а) $\sqrt{0,091} \approx 0,03$ или $\sqrt{0,091} \approx 0,3$;

б) $\sqrt{1,693} \approx 1,3$ или $\sqrt{1,693} \approx 0,13$?

10. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{27}$; б) $\sqrt[3]{64}$; в) $\sqrt[3]{-1000}$; г) $\sqrt[3]{-8}$; д) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$; е) $\sqrt[3]{-\frac{27}{1000}}$.

Тождественные преобразования

1. Вынесите за скобки общий множитель:

1) а) $x(y - z) + y(y - z)$; в) $4(a - c) - b(a - c)$;

б) $a(c + 1) - b(c + 1)$; г) $m(n - 3) + n(n - 3)$.

2) а) $x(y - 5) + y(5 - y)$; в) $a(x - 2) - b(x - 2) + c(2 - x)$;

б) $m(1 - n) - n(n - 1)$; г) $2a(x - y) + 2b(y - x) - c(x - y)$.

2. Разложите на множители:

а) $3(x + y) - y - x$; в) $n(m - n) + 2n - 2m$;

б) $c(c - d) - d + c$; г) $5(a - b) - bd + ad$.

3. Сократите дробь:

1) а) $\frac{9a}{3a - 3b}$; б) $\frac{3cd + 3d}{6cd - 3d}$; в) $\frac{ad - acd}{abd - acd}$; г) $\frac{2m^2 - 2mm}{2mn - 2m}$.

2) а) $\frac{a^2 - ab}{ab - b^2}$; б) $\frac{an + n^2}{an + a^2}$; в) $\frac{2c - 8cx}{3a - 12ax}$; г) $\frac{10ab - 5ac}{(2b - c)^2}$.

4. Упростите выражение:

а) $\frac{x^2 + xy}{x^2 + 2xy + y^2}$; в) $\frac{a^2 - ax}{a^2 - x^2}$; д) $\frac{a^2 - 4}{4 + 4a + a^2}$;

б) $\frac{3c - 3d}{c^2 - 2cd + d^2}$; г) $\frac{x^2 - y^2}{2ay + 2ax}$; е) $\frac{b^2 + 2bc + c^2}{2b^2 - 2c^2}$.

5. Сократите дробь:

а) $\frac{a^3 - c^3}{a^2 + ac + c^2}$; б) $\frac{m^2 - mn + n^2}{m^3 + n^3}$; в) $\frac{a^3 - 8}{a - 2}$; г) $\frac{1 - x^3}{x^2 + x + 1}$.

6. Упростите выражение:

а) $\frac{m}{m - n} + \frac{n}{n - m}$; б) $\frac{3x}{x - y} + 3$; в) $2a - \frac{ac - 1}{c}$; г) $2ab \cdot \frac{b^2}{6a^2}$.

7. Выполните возведение в квадрат.

а) $\left(n + \frac{1}{n}\right)^2$; б) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$; в) $\left(\frac{c}{d} + \frac{d}{c}\right)^2$; г) $\left(\frac{1}{2a} - a\right)^2$.

8. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{1}{m+n} - \frac{1}{m-n}\right) \cdot (m+n)$; б) $\left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{y-x}\right) : (x+y)$.

Уравнения

1. Найдите корни уравнения:

а) $(x-9)(x+10) = 0$; г) $-3x(x-6) = 0$;
б) $(5y-1)(5y+1) = 0$; д) $(x+1)(x-4)(2x-3) = 0$;
в) $x(2x-5) = 0$; е) $y(7-y)(2+y) = 0$.

2. Решите уравнение:

а) $y^3 - 9y = 0$; в) $z - 4z^3 = 0$;
б) $4x - x^3 = 0$; г) $-3x^3 + 27x = 0$.

3. Решите уравнение, воспользовавшись основным свойством пропорции:

1) а) $\frac{x-1}{3} = \frac{1}{4}$; б) $\frac{1-x}{2} = \frac{1}{5}$; в) $\frac{x-2}{4} = \frac{1}{3}$; г) $\frac{2-x}{3} = -\frac{1}{2}$;
2) а) $\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{7}\right)\left(\frac{1}{x} + \frac{5}{8}\right) = 0$; в) $\left(\frac{1}{5x} - \frac{2}{6}\right)\left(\frac{2}{3x} - \frac{1}{9}\right) = 0$;
б) $\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{x} - \frac{5}{3}\right) = 0$; г) $\left(\frac{1}{x} + \frac{5}{6}\right)\left(\frac{3}{5x} + \frac{2}{7}\right) = 0$.

4. Каждому уравнению:

а) $x^2 + 3x + 3 = 0$; в) $x^2 - 6x + 9 = 0$;
б) $x^2 + 10x - 11 = 0$; г) $x^2 - 5x + 6 = 0$ —

поставьте в соответствие число его корней:

1) два корня; 2) один корень; 3) нет корней.

5. Выясните, имеет ли уравнение корни. Если имеет, то укажите их сумму и произведение:

а) $x^2 + 4x + 3 = 0$; г) $x^2 + 4x + 5 = 0$;
б) $x^2 - 4x - 5 = 0$; д) $2x^2 + 3x + 1 = 0$;
в) $x^2 - 2x + 63 = 0$; е) $4x^2 - 4x + 2 = 0$.

6. Решите уравнение:

а) $15 - x^2 = 0$; в) $x^2 + 9x = 0$; д) $x^2 = 5x$;
б) $4x^2 + 1 = 0$; г) $x - x^2 = 0$; е) $x^2 = -x$.

7. Прочитайте задачу:

«Сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел больше произведения этих чисел на 31. Найдите эти числа».

Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено меньшее из чисел.

1) $x^2 + (x - 1)^2 = x(x - 1) + 31$

2) $x^2 + (x + 1)^2 = x(x + 1) - 31$

3) $x^2 + (x + 1)^2 - x(x + 1) = 31$

4) $x^2 + (x - 1)^2 - x(x - 1) = 31$

8. Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x меньшее число:

а) Найдите два натуральных числа, одно из которых на 5 больше другого, а их произведение равно 84.

б) Найдите два положительных числа, одно из которых в 2 раза больше другого, а их произведение равно 98.

9. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 14; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - y = -3 \\ -2x + 2y = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5x - y = 0 \\ 5x + 3y = 20; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + y = -4 \\ 3x + 3y = 7. \end{cases}$

10. Верно ли утверждение?

1) система уравнений $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 6x + y = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение

2) система уравнений $\begin{cases} 3x - y = -1 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ не имеет решений

3) система уравнений $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 6x + 3y = 9 \end{cases}$ имеет бесконечно много решений

4) система уравнений $\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 2 \end{cases}$ не имеет решений

Функции и графики

1. Автомобиль преодолел путь из города A в город B , сделав одну остановку. На рисунке 62 изображён график движения автомобиля. По графику определите, какие из данных утверждений верные.

1) расстояние между городами A и B равно 200 км

2) автомобиль сделал остановку на 1 ч

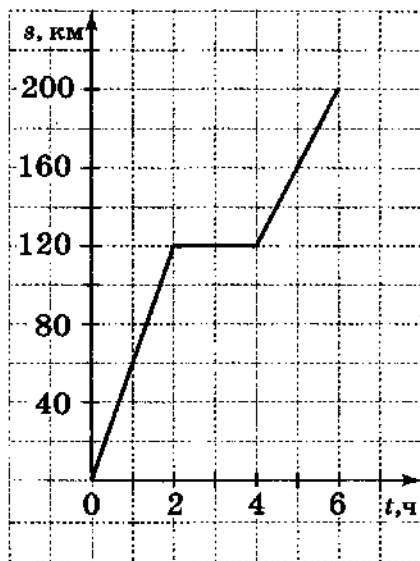


Рис. 62

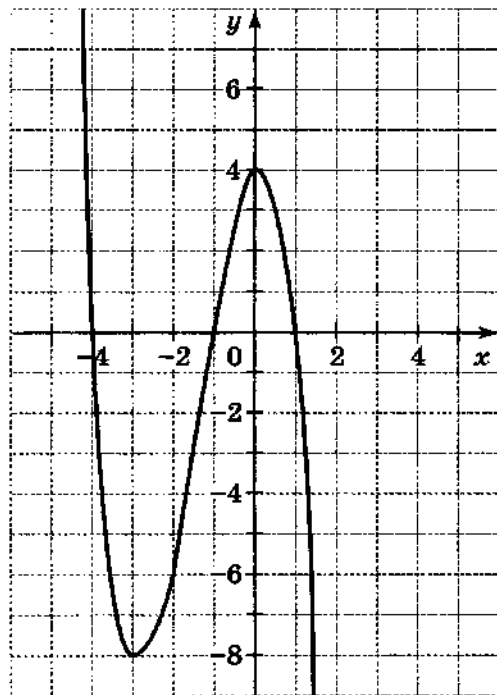


Рис. 63

3) до остановки автомобиль проехал на 80 км больше, чем после остановки

4) скорость автомобиля на пути до остановки была больше, чем после остановки

2. На рисунке 63 изображён график функции $y = f(x)$. Областью определения функции является множество всех чисел. С помощью графика укажите:

- 1) нули функции;
- 2) промежутки, на которых функция принимает положительные значения; отрицательные значения.
- 3) промежутки, где функция возрастает; убывает.
- 4) есть ли у функции наименьшее или наибольшее значение;
- 5) координаты точки пересечения графика функции с осью ординат.

3. Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика функции:

а) $y = 11x - 2,2$; б) $y = x^2 - 0,25$; в) $y = x^2 + x$.

4. Назовите какую-нибудь формулу, задающую возрастающую линейную функцию, проходящую через точку $(0; -5)$.

5. Найдите область определения функции $y = \frac{x-2}{x^2-9}$.

6. Дана функция $f(x) = \frac{9}{x}$.

1) Найдите значения $f(-3)$, $f(-1)$, $f(1,5)$.

2) Укажите, при каких значениях аргумента значения функции положительны, при каких — отрицательны.

3) Ответьте, убывает ли эта функция при $x < 0$.

4) Найдите, при каких значениях x значение функции равно 18; -18.

7. Укажите промежутки возрастания и убывания для функций

1) $y = \frac{x}{4}$; 2) $y = \frac{4}{x}$; 3) $y = -\frac{4}{x}$.

8. В каких координатных углах расположены точки графика $y = \frac{k}{x}$ при $k > 0$; $k < 0$? графика $y = \frac{k}{x} + 1$ при $k > 0$; $k < 0$?

9. Какие из данных прямых пересекают график функции $y = f(x)$ (рис. 64) в двух точках?

1) $y = 3x$

3) $y = x - 2$

5) $y = 0$

2) $y = -x$

4) $y = 3$

6) $x = 1$

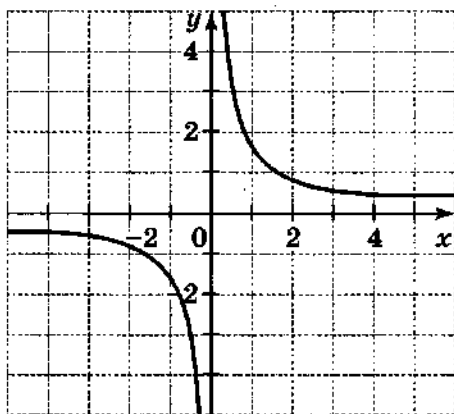


Рис. 64

10. При каких значениях a пересекаются графики функций $y = ax$ и $y = -\frac{3}{x}$?

ОГЛАВЛЕНИЕ

Как работать с книгой	3
Глава 1. Алгебраические дроби	
1.1. Что такое алгебраическая дробь	5
1.2. Основное свойство дроби	6
1.3. Сложение и вычитание алгебраических дробей	8
1.4. Умножение и деление алгебраических дробей	9
1.5. Преобразование выражений, содержащих алгебраические дроби	11
1.6. Степень с целым показателем	12
1.7. Свойства степени с целым показателем	13
1.8. Решение уравнений и задач	15
Глава 2. Квадратные корни	
2.1. Задача о нахождении стороны квадрата	18
2.2. Иррациональные числа	19
2.3. Теорема Пифагора	21
2.4. Квадратный корень (алгебраический подход)	22
2.5. График зависимости $y = \sqrt{x}$	25
2.6. Свойства квадратных корней	26
2.7. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни	28
2.8. Кубический корень	29
Глава 3. Квадратные уравнения	
3.1. Какие уравнения называют квадратными	30
3.2. Формула корней квадратного уравнения	30
3.3. Вторая формула корней квадратного уравнения	32
3.4. Решение задач	33
3.5. Неполные квадратные уравнения	34
3.6. Теорема Виета	35
3.7. Разложение квадратного трёхчлена на множители	37
Глава 4. Системы уравнений	
4.1. Линейное уравнение с двумя переменными	38
4.2. График линейного уравнения с двумя переменными	39
4.3. Уравнение прямой вида $y = kx + l$	41
4.4. Системы уравнений. Решение систем способом сложения	43
4.5. Решение систем уравнений способом подстановки	45
4.6. Решение задач с помощью систем уравнений	47
4.7. Задачи на координатной плоскости	48

Глава 5. Функции

5.1. Чтение графиков	50
5.2. Что такое функция	52
5.3. График функции	54
5.4. Свойства функций	57
5.5. Линейная функция	59
5.6. Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график	63

Глава 6. Вероятность и статистика

6.1. Статистические характеристики	66
6.2. Классическое определение вероятности	69

Упражнения для повторения курса алгебры 8 класса

Числа и вычисления	71
Тождественные преобразования	72
Уравнения	73
Функции и графики	74



Учебное издание

Минаева Светлана Станиславовна

АЛГЕБРА

Устные упражнения

8 класс

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

Центр естественно-математического образования

Редакция математики и информатики

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*

Редактор *Л. В. Кузнецова*

Младшие редакторы *Е. А. Андреевкова, Е. В. Трошко*

Художественный редактор *О. П. Богомолова*

Художник *А. Г. Бушин*

Компьютерная вёрстка и техническое редактирование *О. Ю. Мызниковой*

Компьютерная графика *И. В. Губиной*

Корректоры *Н. В. Игошева, В. П. Костылева*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000.

Изд. лиц. Серия ИД №05824 от 12.09.01. Подписано в печать 08.10.17. Формат 70×90¹/₁₆. Бумага типографская. Гарнитура SchoolBookCSanPin. Печать офсетная.

Уч.-изд. л. 3,68. Тираж 2000 экз. Заказ № 4316ТТ.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд» в ООО «Тульская типография».

300026, г. Тула, пр-т Ленина, 109.

Для заметок